

PROBABILIDADE: UMA ABORDAGEM POR MEIO DE PROJETOS

Cassio Cristiano Giordano
ccgiordano@gmail.com

Resumo:

Este artigo apresenta alguns resultados observados em uma pesquisa qualitativa, na concepção de Bogdan e Biklen (1994), mais especificamente um estudo de caso, na concepção de Fiorentini e Lorenzato (2007), sobre gestão e desenvolvimento de um projeto interdisciplinar envolvendo letramento probabilístico. Nossos sujeitos de pesquisa foram 105 alunos do Ensino Médio de uma escola estadual de São Paulo. O principal objetivo foi investigar eventuais mudanças nas concepções dos alunos sobre probabilidade, extrapolando os conceitos simplistas apresentados nos livros didáticos. Nosso quadro teórico envolve a Teoria das Concepções, de Balacheff (1995, 2001, 2002) e o conceito de Letramento Probabilístico de Gal (2005). Além de resolver problemas sobre esse tema, criados por colegas da mesma série, baseados em dados colhidos a partir de pesquisa bibliográfica, os alunos elaboraram novos problemas, desenvolvendo leitura, interpretação e produção de texto, desenvolvendo também a expressão oral, por meio de apresentação de seminário. Consideramos positivos os resultados, uma vez que, ao final do projeto, apresentaram definições mais complexas e realistas sobre os conceitos de aleatoriedade e de chance.

Palavras-chave: Educação Probabilística, Letramento, Projetos.

Introdução

O objetivo deste trabalho é analisar as possíveis contribuições de uma abordagem por meio de projetos para o desenvolvimento do letramento probabilístico, uma vez que os conceitos, os exemplos e os exercícios sobre Probabilidade propostos em muitos livros didáticos brasileiros, voltados para o Ensino Médio, não são adequados. O livro didático é importante recurso para o professor em sala de aula, como observa, Lajolo (1996):

Como sugere o adjetivo didático, que qualifica e define um certo tipo de obra, o livro didático é instrumento específico e importantíssimo de ensino e de aprendizagem formal. Muito embora não seja o único material de que professores e alunos vão valer-se no processo de ensino e aprendizagem, ele pode ser decisivo para a qualidade do aprendizado resultante das atividades escolares. (LAJOLO, 1996, p. 3)

Lopes (2009) observa que o livro didático tem sido alvo de muitas críticas de muitos pesquisadores da Educação Matemática no conteúdo, na abordagem e na apresentação. Autores e editores de livros didáticos, por sua vez, queixam-se que professores e alunos não sabem explorar didaticamente esse material. Essa autora considera que o livro didático, como material impresso que dá suporte ao processo de aprendizagem dos alunos, reflete a



formação acadêmica que a geração de seus autores recebeu. É, portanto, um registro histórico de um modo de pensar a Educação Matemática. Segundo ela, o pior livro didático, se utilizado de forma crítica, pode ser útil, ao passo que a melhor obra, se explorada mecanicamente, poderá ser prejudicial à formação do aluno, contribuindo para o surgimento de obstáculos epistemológicos.

Silva (2007) acrescenta que, embora o livro didático seja dirigido aos alunos, acaba se tornando um recurso de pesquisa utilizado pelos próprios professores no planejamento e organização de suas aulas, uma vez que muitos deles alegam não dispor de muito tempo ou melhores condições para aprimorar sua formação.

Dentre as críticas dirigidas ao livro didático, Lopes (2009) destaca a quase ausência de historicidade, a confusa contextualização, a ausência de discussão em torno dos possíveis erros cometidos pelo estudante e a fragmentação dos conteúdos. Quando a historicidade é levada em conta, geralmente ocorre de forma equivocada. Entretanto, se encarado como material de apoio auxiliar ao professor, e se esse professor buscar continuamente atualização quanto às pesquisas de Educação Matemática, tal material poderá ser útil.

Ao analisar, em livros de Ciências e Matemática do Ensino Fundamental, o incentivo à pesquisa realizada por alunos, Silva (2013) afirma que, embora a qualidade dos livros didáticos nos últimos anos tenha melhorado, sobretudo após as avaliações do MEC no PNLD, há muitas falhas no encaminhamento de investigações em sala de aula ou em atividades extraclasse e pouco incentivo à pesquisa.

Coutinho (2013), analisando o guia do PNLD 2012 – Ensino Médio e uma das coleções aprovadas nesse programa, tece críticas à distribuição dos conteúdos de Estatística e Probabilidade, ao pequeno espaço reservado a seu estudo e às equivocadas abordagens e encaminhamentos de atividades, ressaltando que cabe ao professor completar as lacunas observadas no livro didático adotado em sua escola.

Tratando exclusivamente, dos conteúdos de Probabilidade em livros didáticos do Ensino Médio, Viali e Oliveira (2010) analisaram cinco coleções de livros didáticos (das quais três foram as últimas escolhas de PNLD na unidade escolar onde o projeto apresentado nesse artigo foi realizado), considerando definições, exemplos e tarefas propostas, abordando conceitos de: experimento ou experiência aleatória; espaço amostral e eventos;



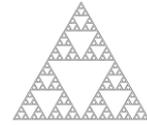
conceito de probabilidade clássico, frequencial e axiomático; probabilidade condicionada com noções de dependência e independência. Esses autores, dentre os aspectos negativos, destacaram que: a maioria das obras apresenta linguagem avançada para o Ensino Médio, e duas sequer representam o espaço amostral; nenhuma das obras discute se o espaço é finito ou infinito, se é contável ou consideram que nem todo subconjunto do espaço amostral é um evento; não há discussão sobre os diferentes conceitos de probabilidade, aliás, o conceito axiomático nem mesmo é mencionado; não se associa claramente probabilidade ao conceito de função ou à Teoria dos Conjuntos; não há contextualização adequada ao abordar elementos de Probabilidade, como o conceito frequencial ou o de probabilidade condicionada; conceitos como dependência e independência de eventos são tratados de forma estritamente algorítmica; os exercícios são repetitivos, e a maioria faz menção a lançamento de moeda e arremesso de dados. Viali e Oliveira (2010, p.101) lembram que a probabilidade pode ser compreendida como “[...] um conjunto de modelos que podem ser aplicados a fenômenos naturais ou artificiais”. No entanto, os autores das obras analisadas ainda estavam presos ao conceito de probabilidade ligada a jogos de azar. Segundo eles, tais coleções não contribuem significativamente para a alfabetização matemática e não dão margem a uma abordagem interdisciplinar.

Lopes et al. (2010), destacam que:

Conforme o Caderno do Professor, elaborado pela secretaria de Educação de São Paulo, os conteúdos pertinentes à Análise Combinatória e ao Cálculo de Probabilidades [...] costumam trazer desconforto não apenas aos estudantes, mas também aos professores. (LOPES et al., 2010, p.136).

Segundo Carvalho e Oliveira (2002), muitas vezes o tema probabilidade não é estudado no Ensino Fundamental, tampouco no Ensino Médio e, quando é abordado, limita-se à resolução mecânica de exercícios padronizados, cuja único grau de dificuldade é aplicação de uma fórmula, desenvolvimento de um algoritmo, seguindo exemplos previamente dados, de forma descontextualizada, não explorando aspectos interdisciplinares. Uma forma de buscar tal interdisciplinaridade e contextualização é a proposta de trabalho por meio de Projetos de Aprendizagem. Porciúncula e Samá (2015) expõem que:

Segundo Hernández (1998), projeto não é uma metodologia, mas uma forma de refletir sobre a escola e sua função. [...] Em Fagundes, Sato e Laurindo-Maçada (1999) encontramos a proposta pedagógica de Projetos de Aprendizagem, a qual



busca o engajamento dos estudantes a partir do que estes já sabem e de seus interesses. [...] Projetos de Aprendizagem podem ser uma estratégia pedagógica para o Letramento Estatístico. (PORCIÚNCULA; SAMÁ, 2015, p. 134-135)

Concordamos com esses autores e assumimos a hipótese de que o trabalho com projetos propicia condições para que o aluno vivencie o processo de produção de conhecimento científico, contribuindo para seu letramento.

A Estatística e a Probabilidade constituem um campo de investigação amplo e complexo, mobilizando saberes, habilidades, competências e subsidiando avanços científicos em diversas áreas. Tentar ensinar Probabilidade para o aluno, ignorando outras dimensões dessa problemática, seria um reducionismo que poderia acarretar na perda de significado desses saberes para o aluno. Nessa perspectiva, faz todo o sentido pensar numa abordagem interdisciplinar. Segundo Tomaz e David (2012), essa proposta:

[...] ajudaria a construir novos instrumentos cognitivos e novos significados, extraindo da interdisciplinaridade um conteúdo constituído do cruzamento de saberes que traduziria os diálogos, as divergências e confluências e as fronteiras das diferentes disciplinas. Supõe-se que construiríamos, assim, novos saberes escolares, pela interação entre as disciplinas (TOMAZ e DAVID, 2012, p. 17)

Tal proposta contempla as concepções de interdisciplinaridade de Fazenda (2008):

A pesquisa interdisciplinar somente torna-se possível onde várias disciplinas se reúnem a partir de um mesmo objeto, porém é necessário criar uma situação problema no sentido de Freire (1974), onde a ideia nasce da consciência comum, da fé dos investigadores no reconhecimento da complexidade do mesmo e na disponibilidade destes em redefinir o projeto a cada dúvida ou a cada resposta encontrada, [...] convergir não no sentido de uma resposta final, mas para a pesquisa do sentido da pergunta inicialmente enunciada. (FAZENDA, 2008, p. 27)

Essa leitura de projeto interdisciplinar vai ao encontro das propostas apresentadas no PCN para o Ensino Médio - PCNEM (BRASIL, 2000), a respeito da organização de um núcleo comum de temas matemáticos a serem abordados em uma turma de Ensino Médio:

O critério central é o da contextualização e da interdisciplinaridade, ou seja, é o potencial de um tema permitir conexões entre diversos conceitos matemáticos e entre diferentes formas de pensamento matemático, ou, ainda, a relevância cultural do tema, tanto no que diz respeito às suas aplicações dentro ou fora da Matemática, como à sua importância histórica no desenvolvimento da própria ciência. (BRASIL, 2000, p. 43)

Porciúncula e Pinto (2014) alertam:

Antes de julgar os alunos como desinteressados ou despreparados, devemos considerar se tal comportamento estudante teve origem no método de ensino. [...] Garfield (1993) recomenda o uso de atividades de aprendizagem em grupo para



incentivar os alunos a construir o conhecimento estatístico por si mesmos. (PORCIÚNCULA; PINTO, 2014, p. 177-178, tradução nossa)

Campos et al. (2013, p. 13) destacam, que em Estatística e Probabilidade os professores “...costumam dar maior ênfase aos aspectos técnicos e operacionais da disciplina”, distanciando os alunos da realidade, ao invés do trabalho com projetos. Esses autores enfatizam a importância de aprender a fazer “fazendo”. Destacam assim a papel do trabalho com projetos, em cujo desenvolvimento participam de todas as etapas. Os alunos devem ser devidamente estimulados à investigação, de modo a ler e escrever textos, argumentar, interpretar e analisar, mais do que calcular e desenhar. Os recursos tecnológicos disponíveis devem ser mobilizados e as avaliações devem ser orientadas para o cumprimento de metas previamente estabelecidas, de forma aberta e transparente, e não para a mera correção de resultados quantitativos obtidos por cálculos e aplicação de fórmulas.

Em seus relatos de experiências de investigação em sala de aula, Ponte et al. (2005, p. 17) ressaltam que “além de resolver um problema proposto, podemos fazer outras descobertas que, em alguns casos, se revelam tão ou mais importantes que a solução do problema original”. Costa (2012) enfatiza a necessidade de promover tais investigações:

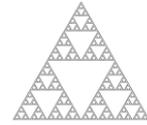
Quando falamos em aprendizagem por projetos, partimos do princípio de que o aluno nunca é uma tabula rasa, isto é, partimos do princípio de que o aluno já sabia antes, pois é a partir de seu conhecimento prévio que o aprendiz vai se mobilizar, interagir com o desconhecido, ou com novas situações, para se apropriar do conhecimento específico. [...] O passar de mero expectador a protagonista de sua aprendizagem contribui para o aumento do interesse, da motivação e da autoestima do aluno, facilitando e promovendo a interação afetiva entre todas as partes engajadas no projeto. (COSTA, 2012, p. 82-83)

Batanero e Diaz (2011) justificam a escolha pela abordagem por meio de projetos:

Os projetos reforçam o interesse, especialmente se o aluno é que escolhe o tema. O aluno quer resolver o problema, isso não é imposto pelo professor. Se aprende melhor o que são dados reais, e se introduzem ideias que não aparecem com os dados “inventados pelo professor”: precisão, variabilidade, confiabilidade, medição [...] (BATANERO; DÍAZ, 2011, p. 21-22, tradução nossa)

Assim como Batanero e Diaz (2011), consideramos o trabalho em grupos imprescindível para o desenvolvimento de projetos de Educação Estatística.

Para Garfield (1993) uma forma de o professor motivar a aprendizagem ativa é estruturar oportunidades para que os alunos aprendam juntos, em pequenos grupos. Em seu artigo sobre grupos cooperativos de aprendizagem, ela destaca a importância de tal organização no ensino e aprendizagem de Estatística e Probabilidade. Segundo ela, dentre



os muitos benefícios que essa estratégia de ensino e de aprendizagem pode trazer, destaca-se a maior motivação e interesse do aluno, o surgimento de atitudes positivas sobre sua capacidade, o fortalecimento do espírito de equipe, uma melhor comunicação, a conquista de autonomia por parte do aluno, a otimização do tempo e o dinamismo nas aulas. Como a autora destaca: ‘duas cabeças pensam melhor do que uma’ e, mesmo que todos no grupo encontrem uma mesma solução, o fazem de formas diferentes. Um dos elementos do trabalho colaborativo que favorece a aprendizagem é a troca de opiniões, não somente sobre o resultado final, mas sobre os processos que conduzem até ele, concluindo:

A aprendizagem cooperativa em grupo inclui uma grande variedade de atividades que podem ser implementadas de várias maneiras diferentes, em uma classe [...]. O forte apoio à investigação e as recomendações dos relatórios recentes apelando para a reforma educacional deve incentivar mais instrutores para apresentar as atividades do grupo de cooperação em suas aulas. (GARFIELD, 1993, p. 6, tradução nossa)

Referencial teórico

I - Teoria das Concepções e o Modelo CK ϕ (Concept, Knowledge, Conception):

Influenciada pelas Teoria das Situações Didáticas (TSD) e pela Teoria dos Campos Conceituais, segundo Oliveira e Coutinho (2011), a Teoria das Concepções estuda as relações entre conceitos, conhecimentos e concepções que porventura os estudantes possam vir a apresentar sobre determinado conteúdo matemático. Para Balacheff (1995), resgatar a noção de concepção é mobilizar ações no sujeito, mediante a realização de uma atividade. Este, em situações específicas, pode agir racional e coerentemente para resolver a questão.

Novaes (2011) afirma que, segundo Balacheff e Gaudin (2002), os únicos indicadores do sucesso do ensino são o comportamento dos estudantes e suas produções, consequências do conhecimento por eles construído relacionado ao conteúdo ensinado.

Oliveira e Coutinho (2001) destacam que a Teoria das Concepções se diferencia da Teoria dos Campos Conceituais sobretudo pelo duplo papel dos invariantes operatórios. Para Balacheff (1995) os operadores são os instrumentos necessários à resolução do problema e as estruturas de controle fazem a validação ou não da concepção.

Novaes (2011) afirma que Balacheff desenvolveu o modelo CK ϕ considerando uma concepção como um objeto de estudo e ampliando a terna (S, I, L), estabelecida por



Vergnaud (1996): S – Situações que dão sentido ao conceito; I – Invariantes operatórios (como teoremas em ação); L – Significantes, que permitem representar o conceito.

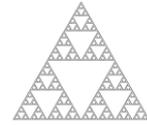
Para Lima (2008), no modelo $Ck\zeta$, uma concepção é definida como sendo uma estrutura mental atribuída a um sujeito por um observador do seu comportamento e a aprendizagem é compreendida como a passagem de uma concepção a outra.

De acordo com Melo e Lima (2011), uma concepção, no modelo $Ck\zeta$, é um estado de equilíbrio de um sistema, sujeito-meio, considerando as limitações, imposições, ou seja, algo tudo aquilo que influencia ou interfere em seu funcionamento. A concepção pertence ao sujeito e, dessa forma, pode ser correta ou não, do ponto de vista do conhecimento de referência. Outro aspecto importante deste modelo é que a concepção muitas vezes é local, no sentido de que ela funciona para resolver um determinado problema e não outro o que aponta para um domínio de validade. Uma concepção envolve uma quádrupla (P, R, L, Σ) : P é um conjunto de problemas, sobre o qual ζ é operatório; R é um conjunto de operadores (ferramentas cognitivas para ação); L é um sistema de representação, que permite exprimir os elementos de P e R; Σ é uma estrutura de controle, que assegura a não contradição de ζ .

Nesta quádrupla, um sujeito, diante de um problema a resolver, pode dispor de várias concepções sobre um mesmo objeto matemático e mobilizar uma ou outra em função do problema proposto. Estas concepções podem ser localmente ou globalmente verdadeiras, considerando que cada uma delas tem um domínio de validade, mas que o sujeito pode, eventualmente, mobilizá-las fora deste domínio, segundo Oliveira e Coutinho (2011).

Balacheff e Gaudin (2002) afirmam que o conhecimento não pode ser totalmente reduzido a comportamentos, mas também não pode ser ensinado na ausência destes. Toda ação mobiliza considerável quantidade de conhecimentos. Para desenvolver novos conhecimentos, bem como aprofundar conhecimentos anteriores, se faz necessária a mobilização de concepções, diretamente relacionadas aos problemas enfrentados pelos alunos. Para Balacheff (2001), uma concepção não pode nem deve ser separada do contexto do qual emerge o problema, que a evidencia e lhe dá sentido.

Almouloud (2007) nos lembra que as concepções permitem interpretações, previsões e construção de modelos e, sobretudo, descrever uma parte da estrutura cognitiva, em nosso caso, do aluno. Adotaremos, em nossa pesquisa, as definições de concepção conhecimento



e conceito da teoria $Ck\zeta$, do modelo proposto por Balacheff (2002). Para ele, uma concepção é uma estrutura mental, característica de um dado sujeito (em nosso caso, o aluno e o professor), constituída por um observador de seu comportamento (em nosso caso, o pesquisador). A aprendizagem, por sua vez, consiste na passagem de uma concepção para uma nova concepção, mais complexa e abrangente.

II – Letramento Probabilístico:

A concepção de letramento probabilístico que utilizaremos em nossa pesquisa é aquela defendida por Gal (2005), que o vê construído a partir de uma postura crítica e investigativa, de conhecimentos prévios de Estatística e Matemática, habilidades de leitura e análise, crenças, atitudes e conhecimento sobre o homem e o mundo a seu redor. Segundo Gal (2005), a literatura da área geralmente apresenta dois bons motivos para se ensinar Probabilidade:

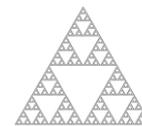
O primeiro é que Probabilidade é parte da Matemática e da Estatística, campos de conhecimento que são importantes para se aprender por direito próprio, como parte da Educação. [...] O segundo é que o aprendizado de Probabilidade é essencial para ajudar a preparar os alunos para a vida, uma vez que eventos e fenômenos aleatórios permeiam nossas vidas e ambientes (Bennett, 1998, Beltrami, 1999, Everitt, 1999). Essas duas razões para a aprendizagem de Probabilidade, que são considerações internas e externas, respectivamente, não são mutuamente exclusivas; ambas têm mérito e devem influenciar nosso pensamento sobre o conteúdo e processo de Educação. (GAL, 2005, p. 39, tradução nossa)

Quanto ao letramento, Gal afirma que ele:

O termo letramento, quando usado para descrever a capacidade das pessoas de comportamento orientado para o objetivo, sugere um amplo conjunto não apenas de conhecimentos factuais e certas habilidades formais e informais, mas também de crenças e atitudes desejadas, hábitos mentais e uma perspectiva crítica. (GAL, 2005, p. 42, tradução nossa)

Para o desenvolvimento do letramento probabilístico, Gal (2005) apresenta elementos de conhecimento e de disposição:

A. Elementos de conhecimento: (i) Grandes ideias: correspondem a ideais básicas no estudo de Probabilidade, tais como variação, aleatoriedade, independência, previsibilidade e incerteza; (ii) Calculando probabilidades: corresponde ao conjunto de estratégias utilizadas para encontrar ou estimar a probabilidade de eventos; (iii) Linguagem: corresponde ao conjunto de termos e métodos utilizados para se comunicar ao abordar questões que envolvam, direta ou indiretamente, Probabilidade; (iv) Contexto: corresponde ao conjunto de elementos que caracterizam o ambiente onde a situação probabilística acontece. Implica



na compreensão do papel e as consequências de questões probabilísticas e de mensagens em vários contextos e no discurso pessoal e público; (v) Questões críticas: corresponde à capacidade de elaborar e responder questões significativas sobre Probabilidade. Tais questões servem de pano de fundo para reflexão sobre situações contextualizadas.

B. Elementos de disposição: (i) Postura crítica; (ii) Crenças e atitudes; (iii) Sentimentos pessoais em relação à incerteza e ao risco.

Quadro 1 - Modelo de letramento probabilístico, segundo Gal (2005)

Elementos de conhecimento	Elementos de disposição
Ideias básicas Calculando probabilidades Conhecimento da linguagem Conhecimento do contexto Questionamento crítico	Postura crítica Crenças e atitudes Sentimentos sobre incerteza e risco
Letramento probabilístico	

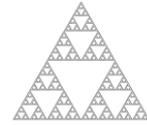
Fonte: elaborado pelo autor

O domínio desses elementos requer o desenvolvimento de capacidades, resumidas por Sá (2015, p. 29-31): perceber porque os dados são necessários e como podem ser produzidos; familiaridade com conceitos e ideias básicas relacionadas à estatística; familiaridade com conceitos e ideias básicas relacionadas às apresentações gráficas e tabulares; compreender noções básicas de probabilidade; entender como o processo inferencial é alcançado.

Vale ressaltar que, segundo Gal (2005, p.44), “... o comportamento estatística/probabilisticamente letrado requer o ato conjunto”. Assim, baseados em Gal (2002, 2005), Batanero (2011) e Garfield (1993), propusemos a três turmas de segunda série do Ensino Médio, organizados em grupos de até cinco integrantes cada, um projeto intitulado “O improvável e o impossível: contra todas as probabilidades”.

Metodologia

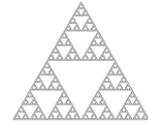
Realizamos uma pesquisa qualitativa, como definida por Bogdan e Biklen (1994), mais especificamente um estudo de caso, na concepção de Fiorentini e Lorenzato (2007). Os sujeitos de pesquisa foram 105 alunos, de três turmas da segunda série do Ensino Médio de uma escola estadual paulista, com idades entre 15 e 19 anos. Trataremos as três turmas como



um único caso, uma vez que não há diferenças significativas que nos motivem a tratá-las separadamente. O trabalho com os alunos transcorreu durante o terceiro bimestre letivo de 2016, utilizando duas das cinco aulas semanais de Matemática, de 50 min cada.

Desenvolvimento da Pesquisa

Na primeira etapa (duas aulas) os alunos formaram os grupos para o projeto e exploraram livremente livros de curiosidades e *records* mundiais, trazidos pelo professor, sobre assuntos variados. Na segunda etapa (duas aulas) os grupos escolheram um tema, de acordo com o seu conhecimento e o seu interesse. Eles também escolheram dois livros, dentre aqueles trazidos pelo professor, que tratassem do tema escolhido por eles. Poderiam, ainda, trazer obras semelhantes, da biblioteca escolar, de suas casas ou de qualquer outro lugar, desde que apresentassem para o professor, para que este avaliasse a confiabilidade da fonte. Na terceira etapa (três aulas) foi solicitado que elaborassem dez questões objetivas por grupo, e as mantivessem em segredo em relação aos demais alunos. Estas folhas não tinham identificação nominal ou numérica dos alunos. Recebiam apenas um código identificador gerado pelo professor. Tais questões deveriam ser elaboradas com clareza, objetividade e de forma sucinta. Elas deveriam apresentar quatro alternativas verdadeiras e uma única alternativa falsa, ou quatro falsas e uma única verdadeira. Além disso, todas as alternativas corretas deveriam estar referenciadas. Ao final, cada grupo elaborou e entregou para o professor o gabarito de suas questões, com as referências de cada afirmativa correta. Na quarta etapa (três aulas) os questionários foram embaralhados e distribuídos, de forma que um grupo de uma determinada turma respondesse questões elaboradas por um grupo de outra turma. Para pontuar, o grupo precisaria acertar a questão ou invalidar a questão, apresentando falhas em sua elaboração. Questões mal redigidas, confusas, ambíguas, com mais de uma alternativa possível, sem alternativas possíveis ou sem referências confiáveis davam a mesma pontuação que as questões acertadas. Na quinta etapa (uma aula) os alunos receberam as questões que responderam, devidamente corrigidas pelo professor, a partir do gabarito elaborado por outros alunos, sem saber ainda, quem eram seus autores. Puderam, então, contestar a correção, por meio de um recurso, e tentar invalidar o maior número possível de questões mal elaboradas. Na penúltima etapa (uma aula) cada grupo recebeu a resposta ao seu recurso e a nota final e na última etapa (duas aulas), valendo nota extra, cada grupo pode apresentar, na forma de seminário, um fato improvável, porém possível, cuja



ocorrência estava devidamente documentada. Além disso, calcularam a probabilidade de ocorrência de tal fato, caracterizando as variáveis envolvidas, fazendo estimativas e mostrando dados estatísticos que fundamentassem seus cálculos. Quanto mais curioso fosse o fato, melhor seria a nota. Os alunos foram avisados sobre a possibilidade de apresentar tal seminário com um mês de antecedência. Eles contaram com o auxílio de outros professores para a realização das tarefas, em especial da professora de Língua Portuguesa.

Resultados finais

Ao se deparar com a mesa do professor cheia de livros com curiosidades e *records*, alguns alunos começaram a folheá-los, sem mesmo saber se tinham relação com a aula de Matemática. Solicitados a escolher dois ou mais livros e formar grupos, poucos questionaram o objetivo, numa situação adidática, como descreve Almouloud (2007):

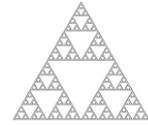
[...] A situação adidática, como parte essencial da situação didática, é uma situação na qual a intenção de ensinar não é revelada ao aprendiz, mas foi imaginada, planejada e construída pelo professor, para proporcionar a este, condições favoráveis para a apropriação do novo saber que deseja ensinar”. (ALMOULOU, 2007, p. 33)

A formação de grupos, de acordo com afinidades pessoais, a distribuição de tarefas e organização interna ocorreram como sugere Garfield (1993). Durante a realização das atividades, o professor circulava entre os alunos, intervindo quando algum elemento se isolava dos demais, quando alguém se afastava das tarefas para usar o *smartphone*, mediava conflitos, dava sugestões, para evitar o enfraquecimento do grupo, como esta autora prevê:

Uma atividade que envolve um pequeno grupo de alunos que trabalha junto como uma equipe para resolver um problema, completar uma tarefa, ou realizar um objetivo comum. [...] O uso de instrução de pequenos grupos para que os alunos trabalhem em conjunto para maximizar a sua própria aprendizagem e a do outro [...] exigindo interação face a face, uma atmosfera de cooperação e ajuda mútua e responsabilidade individual. (GARFIELD, 1993, p. 1, tradução nossa).

Já a livre escolha do tema respeitou as orientações de Batanero e Díaz (2011):

[...] Os projetos permitem contextualizar a Estatística e torná-la mais relevante, se os dados vêm de um problema e são dados com significado, devendo ser interpretados. Os projetos reforçam o interesse, especialmente se o aluno é que escolhe o tema. O aluno quer resolver o problema, isso não é imposto pelo professor. Se aprende melhor o que são dados reais, e se introduzem ideias que não aparecem com os dados “inventados pelo professor”. (BATANERO; DÍAZ, 2011, p. 21-22, tradução nossa)

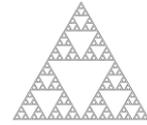


A despeito das orientações do professor, embora todos tenham escolhido temas de seu interesse, nem todos demonstraram domínio sobre o assunto escolhido, o que dificultou a elaboração das questões. Vale ressaltar que os alunos destas três turmas já estão acostumados a trabalhar em grupos, com eventuais intervenções do professor. Este, por sua vez, reconhece os grupos que geralmente se formam por vínculos de amizade. Entretanto, oito, dos 22 grupos formados nas três salas não eram aqueles costumeiramente constituídos. Muitos alunos trocaram de grupo quando o tema escolhido pela maioria de seus integrantes não lhe interessava, inclusive durante o desenvolvimento do projeto, houve mudanças, autorizadas pelo professor.

Dos elementos de conhecimento do letramento probabilístico de Gal (2005), o que se destacou desde o início foi o ‘domínio da linguagem’. Os alunos não conseguiam expressar o que pensavam, na oralidade, notava-se ótimas propostas de encaminhamento do trabalho, mas na hora de transcrever, a dificuldade em utilizar uma linguagem formal e precisa era evidente. Na correção dos questionários, a pontuação por invalidar questão do outro grupo, por falhas na redação, era maior que a pontuação conferida por acertos. Mesmo no momento de entrar com recurso, solicitando anulação de questão mal elaborada, houve muitos erros, e alguns recursos foram desconsiderados porque os alunos não sabiam expressar suas queixas. Contudo, ao longo dos dois meses de trabalho, eles foram se apropriando dos termos técnicos da Probabilidade, e se expressaram melhor nos seminários, tanto oralmente quanto na redação dos *slides*.

Os elementos cognitivos apresentados por Gal (2005): ‘ideias básicas’ e ‘figurando probabilidades’ também foram fonte de dúvidas e equívocos, mas isso já era esperado, pois como observaram Carvalho e Oliveira (2002), muitos alunos do Ensino Médio sequer estudam Probabilidade nas séries anteriores, contrariando os PCN (BRASIL, 1997, 1998, 2000, 2002, 2006) e as orientações curriculares da rede estadual paulista (SÃO PAULO, 2012). Quando o fazem, o mesmo ocorre de forma equivocada, geralmente tendo o suporte de um livro didático pouco adequado, como analisaram Viali e Oliveira (2010).

Já os elementos cognitivos do letramento probabilístico: ‘conhecimento de contexto’ e ‘questionamento crítico’ foram melhor explorados didaticamente pela escolha do trabalho colaborativo, pois, como o próprio Gal (2005) afirma, esse letramento é um fenômeno

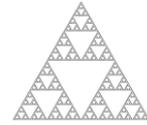


coletivo, pois pressupõe interação social. Talvez os alunos tenham, de modo geral, subestimado o grau de complexidade do tema escolhido, apresentando um nível de conhecimento de contexto aquém do necessário para um bom desempenho na realização do projeto. Da mesma forma, o nível de criticidade manifestado ao elaborar questões foi comprometido pelo precário conhecimento de contexto.

Quanto aos elementos de disposição de Gal (2005) podemos afirmar que a ‘postura crítica’ foi se aprimorando ao longo do bimestre, e ao apresentar os seminários, a maioria dos alunos manifestou maturidade acima da esperada para sua faixa etária. Já com relação às ‘crenças e atitudes’, é difícil avaliá-las, por se tratar de turmas tão heterogêneas. Finalmente, sobre os ‘sentimentos pessoais sobre incerteza’, esse foi o elemento que mais nos chamou a atenção. Vale lembrar que os alunos realizaram o projeto em duas aulas por semana. Nas demais três aulas semanais, realizavam atividades do material didático adotado pela escola, cujas concepções sobre probabilidades eram simplistas e equivocadas. Assim, lidar com as complexas relações entre variáveis que determinavam as chances de ocorrência dos fenômenos por eles escolhidos, gerou grande ansiedade e insegurança. Por diversas vezes eles perguntaram se poderiam mudar o tema para jogos de azar, pois esses eram aparentemente mais simples e estavam presentes no material didático da unidade escolar.

Como Balacheff (1995, 2001, 2002) afirma, uma concepção é um estado de equilíbrio do sistema sujeito-meio, e o conjunto de problemas emergentes no decorrer do desenvolvimento do projeto abalaram esse sistema. Esse desequilíbrio, representado pela incapacidade dos modelos simplistas apresentados no livro didático, de dar conta das demandas do projeto, em situações mais realistas, desencadeou a procura, por parte dos alunos, de seus operadores (ferramentas cognitivas para ação), utilizando diversos sistemas de representação (como linguagem algébrica, gráficos, tabelas, gestos, desenhos).

As estruturas de controle, necessárias para os alunos validarem suas ações, estavam representadas nos próprios fenômenos improváveis escolhidos por eles mesmos (como curiosidades e *records*). Enquanto o livro didático propunha problemas padronizados, com espaço amostral finito, facilmente representável, cuja resposta era sempre dada por uma razão simples, para apresentar o seminário os alunos tinham que fazer o inverso. Os alunos precisavam caracterizar as variáveis significativas e estabelecer relações entre elas para



justificar a probabilidade do evento raro, por eles escolhido, acontecer. Eles não partiam dos dados para a solução, mas da solução para os dados.

Ao final, as concepções sobre aleatoriedade, experimento, evento, espaço amostral, eventos independentes, probabilidade condicionada, probabilidade clássica e frequentista, dentre outros foram significativamente modificadas, refletindo amadurecimento do pensamento probabilístico.

Conclusões

Projetos interdisciplinares oferecem amplas condições para desenvolvimento, por parte dos alunos, de habilidades de letramento, em especial o letramento probabilístico. Uma vez que o material apresentado nos livros didáticos geralmente se mostra insuficiente para a promoção do letramento probabilístico, devemos buscar outras opções. A opção pela abordagem por meio de projetos se mostrou promissora. A proposta de inversão de tarefas (elaborar questões antes de resolvê-las, justificar a probabilidade de ocorrência de um dado evento real antes de determiná-la) mobilizou concepções que, ao longo do processo, sofreram drásticas transformações. Considerando que no modelo $Ck\phi$, a mudança de concepção reflete aprendizagem, podemos inferir que o desenvolvimento desse projeto favoreceu, tanto nos elementos de conhecimento quanto nos elementos de disposição, aprimoramento do letramento probabilístico dos alunos envolvidos.

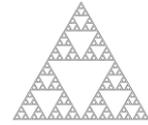
Esperamos, com nossa breve pesquisa, ter contribuído para a reflexão sobre o papel do trabalho por meio de projetos no ensino e aprendizagem de Probabilidade.

REFERÊNCIAS

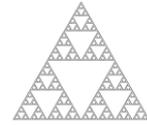
- ALMOULOUD, S. A. **Fundamentos da didática da matemática**. Curitiba: UFPR, 2007.
- BALACHEFF, N. Conception, connaissance et concept. In: **Séminaire de l'équipe DidaTech, IMAG**. Grenoble, 1995. p. 219-244.
- _____. Les connaissances, pluralité de conceptions. In: **Le cas des mathématiques, Actes de la conférence**. Grenoble, 2001.
- _____. Cadre, registre et conception. Les cahiers du laboratoire. **Leibniz**, n. 58, 2002.
- BALACHEFF, N.; GAUDIN, N. **Students conceptions: an introduction to a formal characterization**. Grenoble, 2002.



VI Seminário Nacional de Histórias e Investigações de/em Aulas de Matemática



- BATANERO, C.; DÍAZ, C. **Estadística con proyectos**. Granada (Espanha), Universidad de Granada, 2011.
- BOGDAN, R.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação**. Porto: Porto, 1994.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática** (1.º e 2.º ciclos do ensino fundamental). Brasília: MEC, 1997. v. 3.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática** (3.º e 4.º ciclos do ensino fundamental). Brasília: MEC, 1998.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros curriculares nacionais (Ensino Médio)**. Brasília: MEC, 2000.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros curriculares nacionais + (PCN+): ciências da natureza e suas tecnologias**. Brasília: MEC, 2002.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Orientações curriculares para o ensino médio: ciências da natureza, matemática e suas tecnologias**. Brasília: SEB, 2006. v. 2.
- CAMPOS, C. R.; WODEWOTZKI, M. L. L.; JACOBINI, O. R. **Educação estatística: teoria e prática em ambientes de modelagem matemática**. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2013.
- CARVALHO, D. L.; OLIVEIRA, P. C. Quatro concepções de probabilidade manifestadas por alunos ingressantes na licenciatura em matemática: clássica, frequentista, subjetiva e formal. **25a. Reunião Anual da Anped**, 2002.
- COSTA, G. D. F. **A metodologia de projetos como alternativa para ensinar estatística no ensino superior**. Tese de Doutorado em Educação Matemática - Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2012.
- COUTINHO, C. Q. S. Educação estatística e os livros didáticos para o ensino médio. **Revista Educação Matemática em Foco**, Campina Grande, v. 2, n. 1, p. 68-86, 2013.
- FAZENDA, I. (Org.). **O que é interdisciplinaridade**. São Paulo: Cortez Editora, 2008.
- FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos**. 2. ed. rev. Campinas: Autores Associados, 2007.
- GAL, I. Conocimientos básicos de estadística en adultos: significados, componentes, responsabilidades. **Revista Internacional de Estadística**, Haifa (Israel), v. 70, n. 1, p. 1-25, 2002.
- GAL, I. Towards probability literacy for all citizens: Building blocks and instructional dilemmas. In: **Exploring probability in school**. Springer US, 2005. p. 39-63.
- GARFIELD, J. Teaching statistics using small-group cooperative learning. **Journal of Statistics Education**, v. 1, n. 1, p. 1-9, 1993.
- LAJOLO, M. Livro didático: um (quase) manual de usuário. **Em aberto**, v. 16, n. 69, p. 3-9, 1996.



LIMA, I. Concepções de alunos do Ensino Fundamental na resolução de problemas de simetria de reflexão. In: **II Jornada Nacional de Educação Matemática: Educação Matemática na Atualidade**. Passo Fundo: Editora da UPF, 2008, 1-12.

LOPES, J. A. O livro didático, o autor e as tendências na educação matemática. In: NACARATO, A. M.; LOPES, C. E. (Orgs.). **Escritas e leituras na educação matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2009.

LOPES, M. L.; TEODORO, J. V.; REZENDE, J. C. O ensino de Probabilidade por meio de um jogo e da resolução de problemas. In: LOPES, C. E.; COUTINHO, C. Q. S.; ALMOULOUD, S. A. **Estudos e reflexões em Educação Estatística**. Mercado das Letras: Campinas, 2010.

MELO, D. M.; LIMA, I. M. A simetria de reflexão: concepções mobilizadas por alunos brasileiros. In: **XIII CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**. Recife, 2011.

NOVAES, D. V. **Concepções de professores da educação básica sobre variabilidade estatística**. Tese de doutorado em Educação Matemática– PUC/SP. São Paulo, 2011.

OLIVEIRA, P. G.; COUTINHO, C. Q. S. Concepções probabilísticas à luz da Teoria CK ϕ . **XIII Conferência Interamericana De Educação Matemática**. Recife, 2011.

PONTE, J. P.; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações matemáticas na sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

PORCIÚNCULA, M.; PINTO, S. S. Teaching statistics through learning projects. **Statistics Education Research Journal of Education (IASE/ISI)**, v. 13, n. 2, p. 177-186, 2014.

PORCIÚNCULA, M.; SAMÁ, S. Projetos de aprendizagem: uma proposta pedagógica para a sala de aula de estatística. In: SAMÁ, S.; PORCIÚNCULA, M. (Orgs.). In: **Educação estatística: ações e estratégias pedagógicas no ensino básico e superior**. Curitiba: CRV, 2015.

SÁ, D. L. **Elaboração e análise de um instrumento para verificar informações acerca do letramento estatístico de estudantes concluintes do ensino médio**. Dissertação de mestrado em Educação Matemática - Universidade Federal do Rio Grande, Rio Grande, RS, 2015.

SÃO PAULO. **Currículo do estado de São Paulo - Matemática e suas tecnologias: ensino fundamental ciclo II e ensino médio**. São Paulo: SE/CENP, 2012.

SILVA, C. B., **Pensamento estatístico e raciocínio sobre variação: um estudo com professores de matemática**. Tese de doutorado em Educação Matemática - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007.

SILVA, E. M. C. **Como são propostas pesquisas em livros didáticos de ciências e matemática dos anos iniciais do ensino fundamental**. Dissertação de mestrado em Educação Matemática - Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2013.

TOMAZ, V. S.; DAVID, M. M. M. S. **Interdisciplinaridade e aprendizagem da matemática em sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2012.



**VI Seminário Nacional de Histórias e
Investigações de/em Aulas de
Matemática**



VIALI, L.; OLIVEIRA, P. I. F. Uma Análise de conteúdos de Probabilidade em livros didáticos do Ensino Médio. In: LOPES, C. E.; COUTINHO, C. Q. S.; ALMOULOU, S. A. **Estudos e reflexões em Educação Estatística**. Mercado das Letras: Campinas, 2010.