ATIVIDADES PARA O ENSINO DE GRANDEZAS E MEDIDAS TRIDIMENCIONAIS

Felipe de Almeida Costa
felipeeticetera@hotmail.com

Marcio Vieira de Almeida
marcioalmeidasp@gmail.com

Sonia Barbosa Camargo Igliori
sigliori@pucsp.br

Resumo:
Neste artigo são apresentadas duas atividades para o ensino de grandezas tridimensionais no Ensino Fundamental II. Essas atividades vêm sendo desenvolvidas no âmbito do projeto de pesquisa intitulado Atividades Matemáticas para o Ensino Fundamental II no ambiente *WordPress*. Neste artigo detalhamos objetivos, referenciais teóricos e metodológicos, do projeto de pesquisa no qual as atividades estão inseridas. As atividades são respaldadas por teorias cognitivistas como: a Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel, e nos níveis de Van Hiele. Ao final do artigo indicamos os próximos passos do projeto e os procedimentos esperados com o material apresentado.

Palavras-chave: Educação Matemática; Ensino Fundamental; Ambiente Informático; Geometria Espacial.

Introdução

Este artigo tem por objetivo divulgar atividades propostas para o Ensino Fundamental II no âmbito de um projeto de pesquisa. Neste caso as atividades são direcionadas ao ensino de Geometria Espacial. Após essas outras virão, todas elas adequadas aos conteúdos desse nível de ensino. A intenção de seus proponentes é tona-las acessíveis ao professor com vista ao enriquecimento das mesmas, a partir da prática. Além disso, eles visam também colaborar com o uso de teorias como parâmetro de análise de atividades para a sala de aula.

O ambiente *WordPress* é um local, não só de um repositório dos cenários de aprendizagem que podem incluir vídeos, *podcasts*, objetos de aprendizagem, micromundos, etc., como também um ambiente aberto e permanente de orientações, subsidiadas por textos e pesquisas no contexto da Educação Matemática. Entendemos que ele pode estabelecer uma relação dos pesquisadores com os professores de Matemática do Ensino Fundamental esse procedimento

Isso porque por meio desse ambiente é possível divulgar as atividades e propiciar aos professores usuários não só a utilização da mesma em sua prática profissional, mas também a coautoria em um diálogo com os pesquisadores envolvidos, sugerindo reformulação, atualização e/ou ampliação das mesmas por meio de ferramentas de *feedback* disponíveis no *WordPress*. Um exemplo de ferramenta de *feedback* é um comentário feito por um professor que utilizou o material produzido e disponibilizado. O ambiente possibilita a inclusão de relatos de experiências entre seus usuários permitindo o desenvolvimento e aprimoramento contínuo da prática docente em Matemática com o uso de recursos tecnológicos. A utilização do ambiente *WordPress* facilita a divulgação de conteúdo didático-pedagógico, bem como a indexação em ferramentas de busca da *Internet*, como o Google, além da possibilidade de integração com outras tecnologias. A metodologia de pesquisa do projeto seguirá orientação qualitativa na medida em que os pesquisadores envolvidos estão interessados no processo de desenvolvimento das atividades em cooperação com os professores em sala de aula, que eventualmente ao utilizarem uma atividade desenvolvida, e na busca por dados ou evidências enriqueçam o desenvolvimento de outras atividades. Para a elaboração das atividades as referências teóricas são buscadas naquelas utilizadas por pesquisadores da Educação Matemática como a Teoria das Situações Didáticas de Brousseau, Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval, Teoria de Van Hille e Teoria da Gênese Documental de Luc Trouche, entre outras. A orientação metodológica é a indicada por Rogers (2003), quando apresenta um modelo de inovação-decisão em que esquematiza o processo pelo qual o indivíduo passa do conhecimento mais geral sobre a inovação, aprofundando esse conhecimento, formando uma opinião ou uma atitude a seu respeito, até chegar à decisão de adotá-la ou rejeitá-la para, enfim, no caso de adoção, trabalhar com a implementação e confirmar esta decisão. Como resultado da pesquisa propõe-se a criação de um ambiente na plataforma *WordPress* e a apresentação de atividades para a utilização participativa de professores de Matemática do Ensino Fundamental.

Após a apresentação do projeto do qual as aplicações apresentadas fazem parte, são exibidos os referenciais teóricos que compõem as atividades deste artigo e objetivam o ensino de Geometria Espacial.

1. Referenciais teóricos

Para o desenvolvimento das três aplicações foram utilizados elementos da Teoria da Aprendizagem Significativa (TAS) de Ausubel e as noções de organizador genérico e raiz cognitiva de Tall.

Primeiramente é destacado que a Teoria da Aprendizagem Significativa é uma teoria construtivista, sendo, portanto o pressuposto inicial que para que um sujeito possa aprender um determinado conceito, esse deve estar ligado a outro conceito já estabelecido na estrutura cognitiva, denominado por conhecimentos prévios.

Essa teoria tem sido utilizada com foco em aprendizagens que podem ocorrer dentro da sala de aula. Ausubel, Novak e Hanesian (1980) destacam que essa teoria fornece fundamento para que os professores descubram métodos mais eficientes para conseguir ensinar. Isto é:

> A teoria se preocupa com a aprendizagem que ocorre em sala de aula, assim essa teoria tenta dar subsídios aos professores para que criem um melhor ambiente de aprendizagem aos alunos. Não deixando de lado que a avaliação é de responsabilidade do professor (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN 1980, p. 3).

Os autores classificam aprendizagens que existem na sala em duas dimensões: uma primeira dimensão que pode ser denominada de duas formas: mecânica ou significativa; e outra denominada por receptiva ou por descoberta. Para eles existem aprendizagens que são significativas para alunos e aprendizagens que são mecânicas e elas podem ser desenvolvidas seja por recepção ou por descoberta.

O que diferencia a primeira dimensão da aprendizagem é que o aprendiz seja capaz de relacionar um novo conhecimento com um conhecimento pré-existente em sua estrutura cognitiva. Quando isso ocorre é dito que houve uma aprendizagem significativa. A outra ocorre quando há uma aprendizagem que não tem associação com nenhuma estrutura já existente na cognição do aprendiz, essa é denominada por aprendizagem mecânica.

Para Ausubel (1961 *apud* AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980) essas dimensões de aprendizagem são inteiramente independentes. Portanto, uma preposição muito mais defensável é de que tanto a aprendizagem receptiva quanto a por descoberta podem ser automáticas ou significativas dependendo das condições sob as quais a aprendizagem ocorre.

Quando os autores introduzem essa teoria, eles dizem que é muito mais simples para o aluno aprender um conceito quando esse aprendizado parte de algo já conhecido, assim a aprendizagem para ele terá mais sentido. Ausubel, Novak e Hanesian (1980, p. ix), defendem que:

> Uma parte do integrante do nosso ponto de vista teórico sobre aprendizagem escolar é que um corpo de assuntos é muito mais fácil de compreender e lembrar se é relacionável (ancorável) a ideias organizadoras e explicativas derivadas de uma única posição teórica com uma plausibilidade aparente, do que é simples compêndio de fatos distintos, não integrados e inexplicados, relacionados na melhor das hipóteses, a uma grande variedade de pontos de vista teóricos contraditórios, e muitas vezes irreconciliáveis. (p. x)

Os autores não fazem defesa de nenhum método de aquisição de conhecimentos, ou seja, não é dito que a maneira mais eficaz do aprendiz adquirir um dado conhecimento é por descoberta ou por recepção de conteúdos. A única defesa dos autores é que a aprendizagem dos alunos é responsabilidade do professor e esse deve criar meios para que a aprendizagem parta dos conhecimentos prévios dos estudantes. Eles destacam que:

> Não negamos de maneira alguma a importância da aprendizagem por descoberta. Acreditamos, entretanto, que os alunos adquirem grande parte dos seus conhecimentos primeiramente por meio da aprendizagem receptiva significativa, que é facilitada por um ensino expositivo, apropriadamente elaborado, e por materiais adequados. (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980, p. ix).

E também defendem a existência de momentos em que seja necessária a aprendizagem mecânica, pois determinados conceitos podem não possuir relação com conhecimentos já existentes na estrutura cognitiva dos alunos. Sendo assim, nesses momentos a primeira relação com o conceito vai acontecer por meio da apresentação do professor. Para tal, o professor pode criar condições que possibilitem com que os alunos produzam significados próprios para o novo conhecimento apresentado.

Os autores destacam que para ocorrer à aprendizagem significativa, em primeiro lugar, o material que vai ser utilizado para o ensino deve ser potencialmente significativo, e ser capaz de introduzir o novo conhecimento, ancorando-o nos conhecimentos prévios dos alunos. Outro ponto para que a aprendizagem significativa ocorra é que o aluno esteja disposto a aprender, nas palavras dos autores:

> Em primeiro lugar, o material de aprendizagem é apenas potencialmente significativo. Em segundo lugar, deve haver uma disposição para aprendizagem significativa. [...] E mesmo que o material seja logicamente significativo pode ser aprendido pelo método de decorar (aprendizagem mecânica), se a disposição do aluno para aprender não for significativa. (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN 1980, p. 32).

Em nenhum momento, os autores pretendem colocar a responsabilidade da aprendizagem para os alunos, porém, eles indicam que os alunos são importantes para o processo. Assim, se os alunos não quiserem não existe aprendizagem significativa, do mesmo modo se o material não tiver um potencial significativo a aprendizagem significativa não ocorre. Nas palavras dos autores temos:

> A escola naturalmente, não pode assumir a responsabilidade completa pelo aprendizado do aluno. O aluno deve também buscar uma participação completa por um aprendizado ativo e critico, tentando compreender e reter o que é ensinado [...] dedicando um esforço necessário para dominar dificuldades inerentes a novos aprendizados, formulando questões pertinentes e envolvendo-se conscientemente na solução de problemas que lhe são dados para resolver. Tudo isso, entretanto, está distante da necessidade do aluno responsabilizar-se completamente por sua própria aprendizagem. Não significa que os alunos devam descobrir por conta própria tudo o que aprendem [...] O fato de se conhecer o dever dos estudantes em dedicar parte de seu horário escolar para a aquisição de conhecimentos que permitem localizar, interpretar e organizar informações por conta própria, não isenta de forma alguma, a instituição de ensino da responsabilidade primária de estruturação unipolar. (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980, p.30-31).

Ao mencionar a importância das atividades serem potencialmente significativas, os autores defendem que isso pode garantir o envolvimento dos alunos, mas ainda assim eles não descartam que se o aluno não estiver envolvido a aprendizagem significativa pode não acontecer.

Por conseguinte, o desafio do professor nessa teoria é propor boas situações, nas quais o aluno consiga por em jogo os seus conhecimentos e aprenda significativamente o novo saber.

Os autores classificam que a aprendizagem significativa ocorre quando há um diálogo da nova informação com os subsunçores, ancorando nos conceitos e proposições relevantes, que já fazem parte da estrutura cognitiva do educando. Os subsunçores são as bases de uma aprendizagem significativa, ou seja, os seus conhecimentos já estabelecidos na estrutura cognitiva (conhecimentos prévios).

Tall propõe a noção de “organizador genérico”, que é definida como “um ambiente (ou micromundo[1]) que permite ao aprendiz manipular *exemplos* e (se possível) *contraexemplos* de um conceito matemático específico ou de um sistema de conceitos relacionados” (TALL, 2000, p. 10, tradução nossa, grifo do autor).

Essa noção foi introduzida em (TALL, 1986) com a intenção de complementar a noção de ‘organizadores prévios’ de Ausubel.

Segundo Ausubel, ‘organizador prévio’ consiste

> [...] no material introdutório a um nível mais elevado de abstração, generalidade e inclusão do que a própria tarefa de aprendizagem. A função do organizador é proporcionar um suporte (ancoragem) das ideias para a incorporação e retenção estáveis do material mais pormenorizado e diferenciado que resulta da situação de aprendizagem, bem como aumentar a capacidade de discriminação entre essa situação e as ideias ancoradas relevantes da estrutura cognitiva. O organizador deve não só estar explicitamente relacionado com a situação de aprendizagem mais específica resultante, como também (para ser apreensível e estável) estar relacionado com as ideias relevantes da estrutura cognitiva e levá-las em conta (AUSUBEL, 2003, p. 65 – 66).

A noção de ‘organizador prévio’ de Ausubel é complementada da seguinte forma: essa noção exige que o sujeito tenha uma estrutura cognitiva superior apropriada à sua disposição, porém, em determinados casos, a referida estrutura não está presente na estrutura cognitiva do sujeito. Por esse motivo, Tall propõe a noção de ‘organizador genérico’, que é definida como “um ambiente (ou micromundo) que permite ao aprendiz manipular exemplos e (se possível) contraexemplos de um conceito matemático específico,

[1] Esse termo é utilizado pelo pesquisador no sentido que Papert (1980, p. 117 *apud* TALL, 1986) como “um mundo autossuficiente no qual certas questões são relevantes e outras não”.

ou de um sistema de conceitos relacionados” (TALL, 2000, p. 10, tradução nossa, grifo do autor).

O termo "genérico" foi utilizado para denotar que a atenção do aluno é dirigida a determinado aspecto dos exemplos considerados, e, esse aspecto deve incorporar elementos do conceito abstrato objetivado pelo professor/pesquisador (TALL, 1986).

Um exemplo de ‘organizador genérico’ é uma aplicação desenvolvida num *software* que dá um retorno imediato às alterações realizadas pelo usuário, como a apresentada na página oito deste artigo. Contudo, essa aplicação deve levar em conta a seleção de uma ideia importante e essencial, que será o foco da atenção do estudante. Ideia essa que não é necessariamente fundamental para a teoria matemática pretendida, porém, ela auxilia o sujeito a desenvolver intuições apropriadas ao desenvolvimento teórico.

Para o desenvolvimento de um ‘organizador genérico’ pode se apoiar na noção de ‘raiz cognitiva’, “uma unidade cognitiva que é (potencialmente) significativa ao estudante naquele momento, no entanto deve conter sementes de uma expansão cognitiva para definições formais e desenvolvimento teórico futuro” (TALL, 2000, p. 11, tradução nossa).

Para exemplificar essa noção é apresentado o exemplo de ‘retidão local”, originado a partir da percepção de que quanto maior a ampliação do gráfico da função menor será a curvatura percebida (TALL, 1989). Para esse pesquisador a ‘retidão local’ deve ser levada em conta no ensino por dois motivos: o primeiro é que por meio dela seria possível contornar algumas das “conhecidas dificuldades conceituais dos alunos em compreender o conceito de limite” (TALL, 1991, p. 238, tradução nossa); o outro seria porque a retidão local “permite que a função derivada seja vista como a mudança de inclinação da reta tangente em cada ponto do próprio gráfico” (TALL, 2000, p. 12, tradução nossa, grifo do autor). Nesse sentido se fizermos uma ampliação suficientemente grande e local da representação gráfica, de uma função diferenciável, ela assemelhar-se-á a um segmento de reta. Na Figura 1 é expressa essa situação:

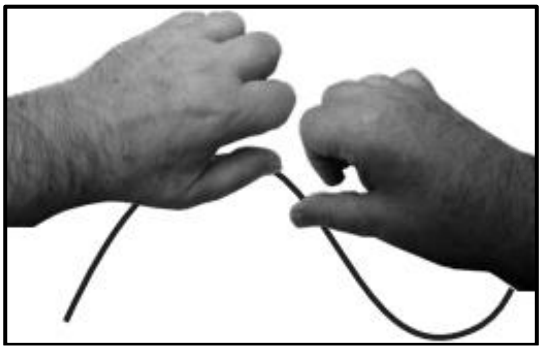

Figura 1 – Uma pequena parte da curva assemelhasse a um segmento de reta.

Com um ambiente computacional, Tall elaborou o ‘organizador genérico’ Magnify, representado na Figura 2. Ele “[...] permite ao usuário destacar uma parte do gráfico e o software traça essa parte ampliada em uma segunda janela” (TALL, 2000, p. 11, tradução nossa).

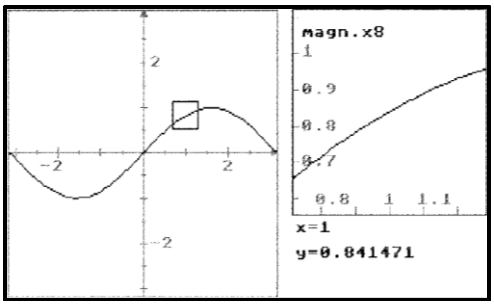

Figura 2 – Utilização do *Magnify* para *f*(*x*)= sen *x*.

Pela ‘retidão local’ é possível inferir que uma função que é contínua num determinado ponto, mas não diferenciável nele, possui localmente uma representação gráfica, que não se assemelha a um segmento de reta.

2. Atividades

As atividades que constam deste artigo podem se constituir em um ‘organizador genérico’ para o estudo de sólidos geométricos, sendo a ‘raiz cognitiva’ correspondente a planificação de um sólido, quando possível.

Aqui nos apoiamos em Rommevaux (1997) que por meio de pesquisa revela a importância da construção e manipulação de modelos concretos de sólidos geométricos, partindo da ideia de que na resolução de atividades com sólidos geométricos, são necessárias duas etapas que podem ocorrer de forma simultânea: “ver e raciocinar” (ROMMEVAUX, 1997, p. 56).

Neste artigo é sugerida a manipulação dos modelos virtuais de sólidos geométricos, com o GeoGebra.

O ‘organizador genérico’ é então composto pelas três atividades com poliedros convexos.

Na primeira, Figura 3, é apresentado um sólido específico (prisma de base triangular), um controle deslizante e quatro caixas para apresentar/esconder objetos. Nessa atividade o usuário pode movimentar esse controle para planificar esse sólido. É objetivado que o usuário observe, na Janela de Visualização 3D, o sólido “desmontando-se” e na Janela de Visualização as figuras geométricas, polígonos, que compõem as faces do sólido, poliedro. Além disso, nas outras três caixas há outras planificações do mesmo sólido para que o usuário perceba que a planificação pode ser feitas de diferentes maneiras.

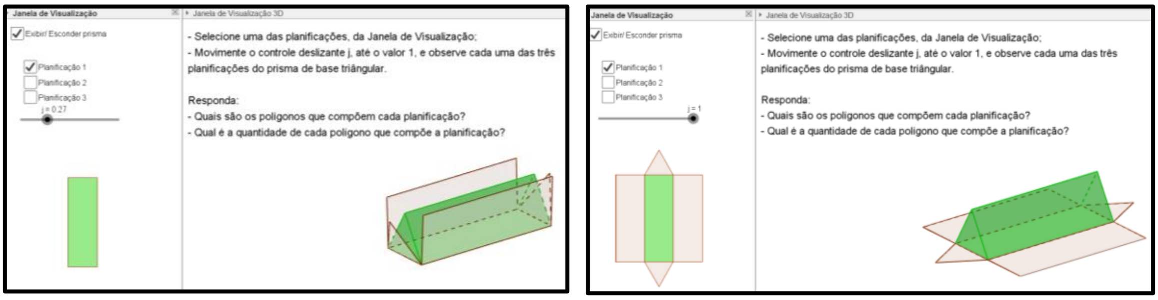

Figura 3 – Planificação de prisma de base triangular.

A segunda atividade, Figura 4, apresenta um estudo de volumes de cilindros e cones, nela utilizamos controles deslizantes para variar a altura dos objetos e assim variar o seu volume, esse atividade se caracteriza como um organizar prévio do conhecimento, visto que por ele é possível fazer o aluno perceber as relações entre o volume do cilindro e volume do cone.

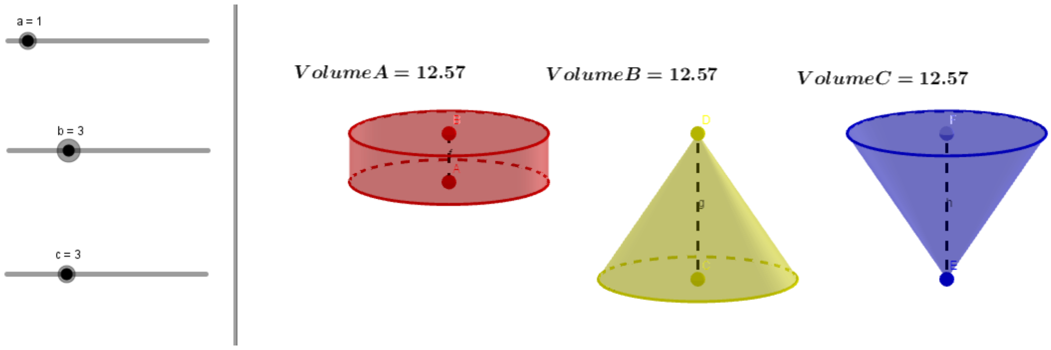

Figura 4 – Volume de Cilindro e Cones.

A atividade busca que o aluno consiga estabelecer que o volume do cone é um terço do volume do cilindro quando eles apresentam as mesmas alturas.

3. Considerações finais

Neste artigo foram apresentadas duas atividades para o ensino de Geometria Espacial para o nível Ensino Fundamental II, desenvolvidas no âmbito do projeto de pesquisa Atividades Matemáticas para o Ensino Fundamental II no ambiente *WordPress*.

Como dito, essas aplicações estão ainda em fase de desenvolvimento, pois um dos objetivos do projeto, no qual as aplicações estão inseridas, é criar um ambiente aberto, pelo *WordPress*, e permanente de orientações, subsidiadas por objetos de aprendizagem, textos e pesquisas no contexto da Educação Matemática. Nesse sentindo essas aplicações comporão um material que será publicado no ambiente *WordPress*.

O desenvolvimento de atividades para o Ensino Fundamental II está em alinhamento às exigências educacionais do século XXI e às expectativas atuais do mercado de trabalho. Na atualidade são necessárias investigações educacionais de amplo espectro, mediadas por referenciais tanto teóricos quanto empíricos. Essas necessidades se ampliam se levada em conta a complexidade da formação inicial do professor da Escola Básica, em especial do professor de Matemática, frente aos desafios que lhes são impostos.

Outros passos para o desenvolvimento do projeto de pesquisa é a publicação, no ambiente *WordPress*, de um conjunto de atividades para que professores do Ensino Fundamental II possam utilizá-lo e opinar sobre sua aplicabilidade no ensino. No projeto é prevista a interação entre pesquisadores e professores do Ensino Fundamental II com vistas à análise das atividades em adequação aos retornos recebidos.

Referências

ABAR, C.A.A P.; IGLIORI, S.B.C. **A reflexão e a prática de ensino**. Matemática. vol. 4, Editora Edgard Blucher, 2009.

AUSUBEL, D. P. **Aquisição e Retenção de Conhecimentos**: uma perspectiva cognitiva. Lisboa: Paralelo. Tradução de: Ligia Teopisito, 2003.

AUSUBEL, D. P.; NOVAK, J. D.; HANESIAN, H. (1978). **Educational psychology**. New York: Holt, Rinehart and Winston. Publicado em português pela Editora Interamericana, Rio de Janeiro, 1980. Em espanhol por Editorial Trillas, México, 1981. Reimpresso em inglês por Werbel & Peck, New York, 1986.

ROGERS, E. M. **Diffusion of Innovations**. 5th ed. New York: Free Press, 2003.

ROMMEVAUX, M. L. **Le discernement des plans: um seuil décisif dans l'apprentissage de la géométrie tridimensionnelle**. Strausbourg, France: Université de Soutenance, 1997.

TALL, D. **Building and Testing a Cognitive Approach to the Calculus Using Interactive Computer Graphics**. 1986. 505 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – University of Warwick, Inglaterra.

_______. Concept images, computers, and curriculum change. **For the Learning of Mathematics**, v 9, n 3, p. 37 – 4, 1989.

_______. Intuition and rigour: the role of visualization in the calculus. In. ZIMMERMAN, W; CUNNINGHAN, S. (Eds) **Visualization in teaching and learning mathematics**, v. 19, p. 105 – 119, 1991.

_______. Biological Brain, Mathematical Mind & Computational Computers (how the computer can support mathematical thinking and learning). In: ASIAN TECHNOLOGY CONFERENCE IN MATHEMATICS, 5, Chiang Mai. **Proceedings**... Blackwood: ATCM Inc, 2000. Disponível em: <http://homepages.warwick.ac.uk/staff/David.Tall/pdfs/dot2000h-plenary-atcm2000.pdf>. Acesso em 22 jan. 2013.