ATIVIDADES EXPLORATÓRIO-INVESTIGATIVAS PARA O ENSINO DE GEOMETRIA NO 9° ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

João Carlos Caldato Correia
joao.caldato.correia@gmail.com

Resumo:
O presente relato apresenta uma história de aula de Matemática desenvolvida em uma sala de 9° ano do Ensino Fundamental, de uma escola pública, localizada na cidade de São Carlos-SP, no contexto da prática de ensino. O principal objetivo era solidificar os conhecimentos geométricos dos alunos, sobretudo em relação ao comprimento da circunferência e à área do círculo, de modo que os discentes pudessem assimilá-los de forma construtiva e exploratória, e não por meio da memorização de fórmulas prontas. Para isso, adotou-se a metodologia exploração-investigação matemática (LAMONATO; PASSOS, 2011) visando à aprendizagem dos conteúdos desenvolvidos, a fim de favorecer a compreensão de conceitos geométricos em séries posteriores. Em grupos, os alunos foram convidados a solucionar quatro atividades exploratório-investigativas a respeito desses conteúdos. Ao analisar o envolvimento dos estudantes com as atividades, observou-se que as mesmas possibilitaram algumas reflexões sobre essa prática. Dentre elas, notou-se que alguns discentes conseguiram obter conclusões e assim construir seu conhecimento de forma mais autônoma. Entretanto, em grande maioria, os alunos estão habituados com uma abordagem tradicional e isso acarreta algumas resistências quando a metodologia de ensino adotada não é centrada no professor.

Palavras-chave: Geometria, Exploração-Investigação Matemática, Trabalho em Grupo, Produção de Conhecimento.

Introdução

Como o presente relato ocorreu no contexto de uma disciplina de Prática de Ensino, durante as observações de estágio em uma escola pública na cidade de São Carlos-SP, constatei que os alunos do 9º ano possuíam grandes dificuldades com conceitos relativamente básicos para este nível de escolaridade. Com o intuito de motivá-los, optei por uma metodologia diferente da tradicional, adotando a exploração-investigação matemática (LAMONATO; PASSOS, 2011). Deste modo, elaborei quatro atividades exploratório-investigativas, a fim de estimular nos alunos a capacidade de investigar e de buscar respostas para os questionamentos propostos.

Para Lamonato e Passos (2011), a exploração-investigação matemática

> é entendida como um meio pelo qual pode ocorrer a aprendizagem da Matemática em um processo que busca possibilitar ao estudante momentos de produção/criação de seus conhecimentos matemáticos, respeitando o nível de desenvolvimento em que ele se encontra. (LAMONATO; PASSOS, 2011, p. 62)

A realização de uma investigação matemática em sala de aula, segundo Ponte, Brocardo e Oliveira (2006, p. 25) se desenvolve em três momentos principais: a *introdução da tarefa*, quando o professor apresenta a situação a ser investigada aos alunos oralmente ou por escrito; a *realização da investigação*, quando os alunos investigam a situação proposta, individualmente ou em grupos; e a *socialização dos resultados*, quando os alunos compartilham aos colegas o trabalho realizado.

Na metodologia exploração-investigação matemática, o papel do professor é importantíssimo, pois é decisivo o modo como ele propõe a atividade, responde às questões dos alunos e os encoraja a buscar soluções, sem dar as respostas diretamente. Deste modo, o docente precisa assumir a função de orientador e questionador simultaneamente.

Lamonato e Passos (2011, pp. 57-78) evidenciam que os questionamentos realizados pelo professor podem contribuir ou não para o desenvolvimento da atividade pretendida e, consequentemente, para a produção de conhecimento por parte dos alunos. Sendo assim, cabe ao docente buscar e promover caminhos que visem à aprendizagem dos estudantes por meio da elaboração de perguntas-chave.

Nesta metodologia, a socialização dos resultados é de crucial importância, pois além de representar um fechamento de todo o trabalho realizado, permite também a reflexão sobre a investigação desenvolvida, o apontamento de possíveis resoluções, o surgimento de novas questões e ideias e o desenvolvimento da capacidade de se comunicar matematicamente. Portanto, a etapa final da investigação também promove um ambiente favorável para que os alunos construam novos conhecimentos.

Deste modo, oferecemos verdadeiramente aos alunos a oportunidade de pensar/raciocinar matematicamente, não se limitando às meras informações apresentadas por nós professores. Portanto, a metodologia exploração-investigação matemática na Educação Básica permite aos alunos a vivência do processo e não apenas objetiva o resultado final (LAMONATO; PASSOS, 2011, p. 64).

Além das atividades exploratório-investigativas, nesta aula também fiz uso de um importante recurso para o professor, o trabalho em grupo; apesar de rejeitado por muitos docentes, os quais alegam que os alunos não sabem trabalhar coletivamente, essa modalidade de trabalho é valiosa para o desenvolvimento de certas competências, pois, segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais,

> [...] o professor deve organizar seu trabalho de modo que os alunos desenvolvam a própria capacidade para construir conhecimentos matemáticos e interagir de forma cooperativa com seus pares, na busca de soluções para problemas, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles. (BRASIL, 1998, p. 63)

Outro documento oficial que utilizei na elaboração desta aula foi o Currículo do Estado de São Paulo, no que diz respeito à Matemática no 4º ciclo do Ensino Fundamental. Segundo essa referência, o ensino de Geometria deve enfatizar a construção de raciocínios lógicos e de deduções simples de resultados a partir de outros anteriormente conhecidos (SÃO PAULO, 2011, p. 41), e ao longo do desenvolvimento desta aula, o leitor poderá notar que tais recomendações são constantemente buscadas por meio das atividades exploratório-investigativas.

A história de aula que descreverei a seguir teve duração de 3 horas-aula e seu objetivo geral era solidificar os conhecimentos geométricos dos alunos, sobretudo em relação ao comprimento da circunferência e à área do círculo, de modo que os discentes pudessem assimilá-los de forma construtiva e exploratória, e não por meio da memorização de fórmulas prontas, a fim de favorecer a compreensão de conceitos geométricos em séries posteriores. Além disso, essa aula tinha como objetivos específicos identificar os elementos de uma circunferência, compreender o significado do π como uma razão e sua utilização no cálculo do comprimento da circunferência e da área do círculo, identificar o círculo como uma figura plana limitada pela circunferência e a partir da decomposição do círculo em setores, chegar à expressão matemática para calcular a sua área.

Desenvolvimento das atividades

Para o desenvolvimento das atividades foram utilizados seis objetos do cotidiano em formato circular (CD, mini CD, cofrinho, medalha, moeda e embalagem de "vick"), círculos em cartolina, setores em madeira, barbante, régua e tesoura, além das atividades I, II, III e IV.

A aula iniciou com a turma se organizando em quatro grupos de 5 alunos e dois grupos de 6 alunos, totalizando 32 estudantes, e com a entrega aos grupos de um objeto circular, de um pedaço de barbante, de uma régua e da atividade I, descrita na figura 1:

ATIVIDADE I

Descobrindo uma razão muito importante

1) Preencha a tabela abaixo, conforme a explicação do professor.

Objeto analisado: ________________________

Comprimento (C)	***Diâmetro (D)***	***Razão C / D***

2) A partir da exposições dos demais grupos, notaram algo semelhante? Se sim, o quê?

Figura 1 – Extrato da Atividade I
Fonte: Autoria própria.

Em seguida, cada grupo elegeu um secretário, o qual seria o responsável por redigir e entregar a atividade, enquanto os demais anotariam no caderno. O objetivo da atividade I era que cada grupo medisse o comprimento (C) e o diâmetro (D) do objeto circular utilizando barbante e régua, e que na socialização dos resultados, os alunos concluíssem que a razão (C/D) entre essas medidas se aproxima de certo número.

A socialização dos resultados, por meio dos secretários dos grupos, está ilustrada na Tabela 1:

Tabela 1 – Distribuição das respostas dos grupos para o cálculo da razão entre o comprimento pelo diâmetro dos objetos circulares

Grupo	Objeto	Razão (C/D)
G1	CD	3,4
G2	Mini CD	3,25
G3	Cofrinho	3,1
G4	Medalha	2,2
G5	Moeda	3,3
G6	“Vick”	3,75

Fonte: Autoria própria.

A partir desta tabela, os alunos tinham condições de responder a pergunta 2 e eles conseguiram. Em seguida, houve um fechamento da atividade, onde cada grupo compartilhou sua resposta com os demais. Nesse momento, um dos alunos apontou que o grupo 4 estava com a resposta errada, mas como o erro é considerado saudável para o aprendizado na abordagem metodológica adotada, ao invés de ver o erro como algo pejorativo, buscamos levantar hipóteses do resultado discrepante encontrado pelo grupo 4. As justificativas formuladas para isso foram devido à imprecisão ao contornar a medalha com o barbante ou à imprecisão do cálculo do diâmetro, visto que o centro do objeto não estava precisamente definido.

Finalizei essa atividade indagando os alunos sobre a definição desta razão, encaminhando-os a conceituar que a razão entre o comprimento da circunferência sobre seu diâmetro é definido pela letra grega π (pi), que é um número irracional e usualmente utilizamos 3,14 como valor aproximado. Também mencionei alguns fatos históricos, inclusive um dos alunos citou Arquimedes, que foi o responsável pelos estudos e precisão do valor que conhecemos hoje para o número π.

Observo que, como cada um dos seis grupos entregou as atividades por escrito, através do secretário, foi possível atribuir uma nota de 0 a 10; e a média aritmética dos grupos na primeira atividade foi 9,2.

Posteriormente, entreguei a atividade II, como ilustra a figura 2, cujo objetivo era que os grupos, a partir da discussão anterior, obtivessem uma expressão matemática para determinar o comprimento de qualquer circunferência de raio R.

ATIVIDADE II

Generalizando o comprimento da circunferência – Grupo_____

1) O que é π?

2) O que é raio numa circunferência?

3) A partir do que você aprendeu sobre o número π, como podemos generalizar (expressão matemática) para encontrar o comprimento de qualquer circunferência de raio R?

Figura 2 – Extrato da Atividade II
Fonte: Autoria própria.

É importante ressaltar que a definição de raio em uma circunferência (questão 2) não foi exposta inicialmente, deixando a cargo dos alunos discutirem nos respectivos grupos. Durante a resolução, as questões 1 e 2 não foram problemáticas aos discentes, no entanto, nenhum dos grupos conseguiu resolver a última questão. Neste momento, por meio de perguntas-chave, conseguimos construir um raciocínio em conjunto. Sabíamos anteriormente que,

$$\pi = \frac{C\ (comprimento)}{D\ (diâmetro)},$$

como o diâmetro (D) é o dobro do raio (R), pela questão 2, obtivemos que

$$\pi = \frac{C}{2R},$$

e concluímos que o comprimento de uma circunferência é dado pela seguinte relação:

$$\boldsymbol{C = 2\pi R}$$

A média aritmética dos grupos na segunda atividade foi 7,4. É importante destacar que, durante a aula, tive o cuidado de chamar a atenção dos alunos para as termologias circunferência e círculo, mencionando que tais palavras estão relacionadas às noções de perímetro e área, respectivamente.

Para a próxima atividade foi entregue aos grupos um círculo em cartolina, alguns setores em madeira, tesoura e a atividade III, descrita na figura 3:

ATIVIDADE III

Recortando e Compondo – Grupo: _____

1) Recorte o círculo, sob as marcas indicadas, em quatro “fatias” (ou setores) iguais;
2) Compor os quatros setores, conforme a indicação do professor;
3) Recorte novamente os quatro setores ao meio, a fim de obter oito “fatias” iguais;
4) Compor os oitos setores, conforme a indicação do professor;
5) Agora, responda (no verso)

a. O que vocês pensam que aconteceria, se dividíssemos em muitas, repito, muitas fatias iguais?
b. O que vocês pensam que aconteceria, se agora compor estas várias fatias conforme fizemos nos itens 2 e 4?
c. Há alguma semelhança com alguma figura geométrica conhecida? Se sim, qual? Se não, há semelhança com o quê?

Figura 3 – Extrato da Atividade III
Fonte: Autoria própria.

Em seguida, com base nas instruções deste roteiro, os alunos recortaram o círculo em 4 “fatias” iguais, conforme já estava marcado no mesmo. É importante observar que optei chamar os setores de “fatias” por uma questão de familiaridade da turma. Posteriormente a explicação de como compor essas “fatias”, os discentes cortaram cada “fatia” ao meio, a fim de obter 8 e também fizeram a composição. A figura 4 ilustra a montagem dos grupos com 4 e 8 “fatias”, respectivamente:

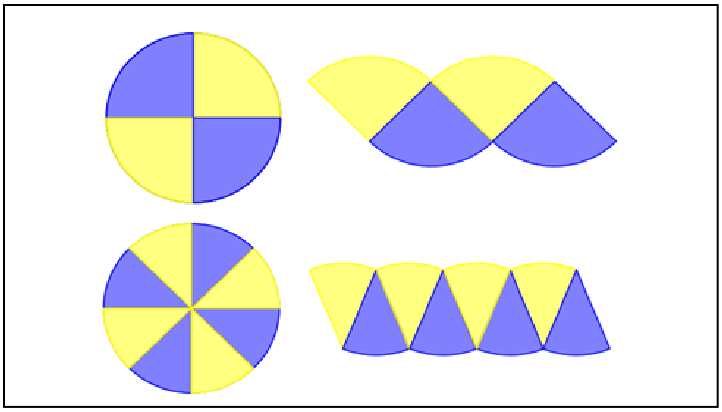


Figura 4 – Recorte e Composição do Círculo
Fonte: Autoria própria.

Na questão 5, no caso de recortar o círculo em muitas “fatias” e compô-las, os alunos afirmaram que a figura ficaria cada vez “mais reta”, porém ninguém soube dizer qual era o polígono resultante. Para auxiliar a visualização dos alunos, foram utilizados vários setores de madeira de espessura bem fina sobre a mesa do professor e cada grupo foi convocado para ir até a frente da sala. Posteriormente, ao mencionar sobre os lados paralelos, alguns discentes afirmaram que era um paralelogramo, porém não havia um consenso na turma.

Neste momento foi importante explicar as semelhanças/diferenças entre um retângulo e um paralelogramo, visto que o reconhecimento do retângulo é mais acessível aos alunos, e assim, eles poderiam fazer comparações. Por fim, com a interação dos discentes, concluímos primeiramente que a formula da área de um retângulo é a mesma de um paralelogramo e, em seguida, que a área do paralelogramo, dada por

$$A_{paralelogramo} = base\ .\ altura$$

é igual à área do círculo, quando o mesmo é recortado em muitas “fatias”. A média aritmética dos grupos na terceira atividade foi 5,2.

Por conta do tempo, só foi possível fazer a questão 1 da última atividade, descrita na figura 5, diretamente na lousa.

ATIVIDADE IV

Descobrindo a área de um círculo – Grupo: _____

1) Com **base nas atividades II e III**, qual a expressão matemática para o cálculo da área de qualquer círculo de raio R?

Figura 5 – Extrato da Atividade IV
Fonte: Autoria própria.

O objetivo dessa questão era que os alunos chegassem à fórmula da área de um círculo de raio R. Assim, a partir da discussão anterior, a grande dificuldade foi fazer com que os discentes visualizassem qual seriam a base e a altura no paralelogramo que formamos com as "fatias". Utilizando algumas perguntas-chave, direcionei os alunos a notarem que a "altura" é o raio R do círculo e a "base" é metade do comprimento do círculo inicial, ou seja, πR, como mostra a figura 6:

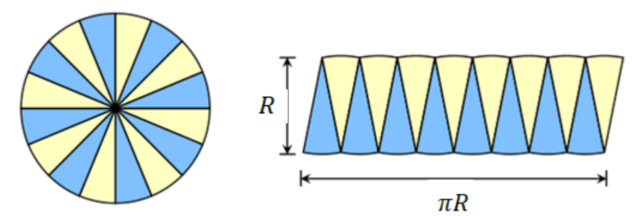


Figura 6 – Área do Círculo
Fonte: Autoria própria.

Portanto, pela fórmula da área de um paralelogramo, escrevemos que

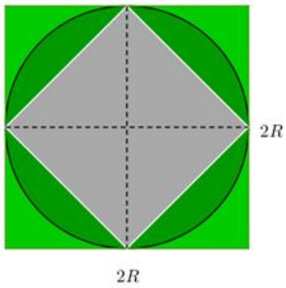
$$A_{paralelogramo} = \pi R \, . \, R = \pi R^2,$$

e como, neste contexto, a área do círculo é igual a do paralelogramo, concluímos que

$$\boldsymbol{A_{círculo} = \pi R^2.}$$

Observo que não foi possível realizar a questão 2 da atividade IV, descrita na figura 7, cujo objetivo era discutir que, de fato, a expressão πR^2 encontrada para a área de um círculo de raio R é plausível, pois é um valor compreendido entre $2R^2$ e $4R^2$.

2) Posteriormente, discutam se o resultado encontrado era aproximadamente esperado, com auxílio do professor e também de outras duas figuras geométricas, o quadrado de lado $2R$ e o losango de diagonais iguais a $2R$. Ilustre o desenho e responda, com suas palavras, se de fato a expressão encontrada sugere ser verdadeira.



$$\boxed{A_{losango} < A_{círculo} < A_{quadrado}}$$

$$\boxed{2R^2 < A_{círculo} < 4R^2}$$

Figura 7 – Extrato da Atividade IV e Resolução da Questão 2
Fonte: Autoria própria.

Considerações Finais

Ao analisar o envolvimento dos estudantes com as atividades, observou-se que as mesmas possibilitaram algumas reflexões sobre essa prática. Constatei que, quanto maior o grau de dificuldade das atividades propostas, maiores eram os obstáculos dos alunos em conseguir finalizá-las de forma satisfatória. Esse fato é corroborado pelas médias aritméticas dos grupos que foram decrescendo a cada atividade. Neste sentido, em grande maioria, os discentes estão habituados com uma abordagem tradicional e isso acarreta algumas resistências quando a metodologia de ensino não é centrada no professor, como é o caso da exploração-investigação matemática, contrária à recepção passiva de informações. Evidentemente, alguns discentes conseguiram obter conclusões e assim construir seu conhecimento de forma mais autônoma.

Durante a aula, quando nenhum dos alunos conseguiu fazer a questão 3 da atividade II, dialoguei com eles sobre o fato de estarem habituados a receber todas as informações “prontas”. Na ocasião, comentei ainda que o meu intuito era deixar a cargo deles a responsabilidade de buscar essas informações, por meio da investigação matemática. Neste sentido, nós professores, precisamos buscar alternativas que desmistifiquem a matemática como uma ciência pronta e acabada, que reflete na concepção de muitos estudantes de que a matemática é apenas para alguns, pois, caso contrário, estaremos “reduzindo a Matemática, incluindo seu processo de construção, a uma Matemática estática, presente no currículo escolar, ainda entendendo este como um rol de conteúdos” (LAMONATO; PASSOS, 2011, p. 54).

Quanto ao trabalho em grupo, observo que foram raros os momentos de alvoroço da turma e que na maior parte da aula, os alunos estavam engajados em desenvolver as atividades propostas.

O presente relato trata-se de uma aula desenvolvida em uma disciplina de Prática de Estágio, logo a abordagem metodológica adotada não teve continuidade com esses alunos. No entanto, se a exploração-investigação matemática fosse diariamente incentivada com eles, acredito que seria possível atingir uma porcentagem significativa da turma, e assim contribuir para o desenvolvimento do pensamento crítico dos alunos. Neste sentido,

> a exploração-investigação matemática alcança destaque por possibilitar que **aprender e ensinar sejam diferentes de transmitir e adquirir conhecimentos**, mas, pelos seus processos intrínsecos, proporcionam o desenvolvimento do conhecimento por quem se envolve em atividade de investigação matemática. (LAMONATO; PASSOS, 2011, p. 63, grifo do autor).

Portanto, é fundamental para o desenvolvimento do futuro cidadão que posturas investigativas sejam incentivadas nas escolas pelos professores, a fim de que o jovem de hoje não seja um mero receptor de informação, mas sim um produtor de conhecimento (LAMONATO; PASSOS, 2011, p. 63).

Referências

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais:** Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998. 148 p. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf>. Acesso em 18 ago. 2017.

LAMONATO, M.; PASSOS, C. L. B. Discutindo resolução de problemas e exploração-investigação matemática: reflexões para o ensino de matemática. **Revista Zetetiké**, Campinas, v. 19, n. 36, pp. 51-74, jun. 2011. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646625/13527>. Acesso em 18 ago. 2017.

PONTE, J. P.; BROCARDO, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações matemáticas na sala de aula.** 1ª ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2006. 152 p.

SÃO PAULO. Secretaria da Educação. **Currículo do Estado de São Paulo:** Matemática e suas tecnologias. 1ª ed. São Paulo: SE, 2011.72 p. (Coordenação Nilson José Machado).

Disponível em: <http://www.educacao.sp.gov.br/a2sitebox/arquivos/documentos/238.pdf>. Acesso em 18 ago. 2017.