

AS POTENCIALIDADES DO SOFTWARE GEOGEBRA NO ENSINO- APRENDIZAGEM DE TRIGONOMETRIA

Juliana Ferreira
juh.ferreira26@hotmail.com

João Paulo Rezende
joao.rezende@ifsuldeminas.edu.br

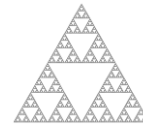
Resumo:

O presente texto busca evidenciar alguns dos resultados alcançados por uma pesquisa que teve por objetivo analisar as potencialidades e as limitações do *software* GeoGebra no ensino-aprendizagem de trigonometria para o segundo ano do Curso Técnico em Agropecuária Integrado ao Ensino Médio do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Sul de Minas Gerais – IFSULDEMINAS – *campus* Inconfidentes. Do ponto de vista teórico, dentre outros aspectos, o trabalho se apoiou no constructo de coletivo pensante seres-humanos-com-mídias. Foram elaboradas e desenvolvidas atividades de ensino-aprendizagem de trigonometria que contavam com o auxílio do *software* GeoGebra. Os dados foram construídos a partir do diário de campo, das folhas de respostas entregues pelos estudantes e de suas construções realizadas no *software* GeoGebra. A análise se deu por meio de um comparativo entre os dados construídos e o estudo teórico realizado a priori. Os resultados apontam as seguintes potencialidades do *software* GeoGebra: movimentação, noção do infinito, dinamismo e representação pictórica dos conceitos. E as limitações se deram devido a não familiaridade dos estudantes com aulas investigativas e a dificuldade com a interpretação e escrita sobre as ideias matemáticas. Concluiu-se que o GeoGebra é capaz de possibilitar que, ao se desenvolverem atividades de ensino-aprendizagem de trigonometria, sejam explorados aspectos conceituais pouco privilegiados em mídias tradicionais, como a noção de movimento, por exemplo.

Palavras-chave: Educação Matemática; Tecnologias Digitais; Seres-humanos-com-mídias.

Introdução

Apresentam-se, por meio deste, os resultados de uma pesquisa do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica – PIBIC – do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Sul de Minas Gerais – IFSULDEMINAS – *campus* Inconfidentes, fomentada pela Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais – FAPEMIG – desenvolvida e orientada, respectivamente, pela primeira e o segundo autor desse texto. O projeto foi intitulado “As potencialidades do *software* GeoGebra no ensino-aprendizagem de trigonometria” e desenvolvido no período de março de 2016 a fevereiro de 2017. A



investigação foi de cunho qualitativo e buscou-se analisar as potencialidades e as limitações do *software* GeoGebra no ensino-aprendizagem de trigonometria para o segundo ano do Curso Técnico em Agropecuária Integrado ao Ensino Médio, doravante denominado CTAIEM, do IFSULDEMINAS – *campus* Inconfidentes. Nesse curso existiam duas turmas de segundo ano do CTAIEM, 2º A e 2º B. O projeto foi desenvolvido com o 2º B, pois era somente para essa turma que o orientador do projeto lecionava.

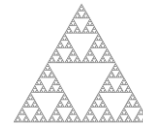
A proposta da investigação surgiu no contexto do Grupo de Estudos e Pesquisas em Práticas de Ensino de Matemática (GEPPEMat), coordenado pelo Professor João Paulo Rezende e com a participação de cinco estudantes de Licenciatura em Matemática: Alexandre Joaquim de Andrade Massafra, Joise Aparecida Gabriel, Juliana Ferreira, Karina Oliveira Freitas e Ronivaldo Domingues de Andrade. O GEPPEMat tem investigado, dentro outros temas, sobre o uso de Tecnologias Digitais (TD) para o ensino-aprendizagem de matemática, em especial o *software* GeoGebra.

A escolha do conteúdo de trigonometria se deu por fazer parte da ementa de Matemática II, disciplina do segundo ano do CTAIEM.

Com o uso do *software* GeoGebra, as aulas de matemática se tornam mais dinâmicas e interativas. O *software* facilita, por exemplo, a construção e a utilização de parâmetros – variável secundária de uma expressão ou equação; letra cujo valor numérico pode ser fixado arbitrariamente; no GeoGebra recebe o nome de “controle deslizante” – que seriam impossíveis de serem feitos manualmente. No *software*, o controle deslizante permite ao usuário, por exemplo, analisar o comportamento de gráficos em função dos possíveis valores que o parâmetro pode assumir.

O *software* GeoGebra, como qualquer outra mídia, pode ser uma boa ferramenta pedagógica desde que seu uso seja objeto de reflexão do docente, pois é preciso ter clareza quanto aos objetivos de ensino-aprendizagem, conhecer e compreender as potencialidades que o *software* nos oferece. Sendo assim, a presente pesquisa foi realizada com o intuito de compreender melhor as potencialidades e as limitações do *software* GeoGebra no ensino-aprendizagem de trigonometria.

Nesta investigação buscou-se responder a seguinte questão: Quais as potencialidades do *software* GeoGebra no ensino-aprendizagem de trigonometria para o segundo ano do Curso Técnico em Agropecuária Integrado ao Ensino Médio, do Instituto



Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Sul de Minas Gerais – IFSULDEMINAS –
Campus Inconfidentes-MG?

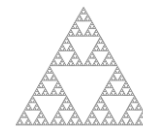
Logo, apresentam-se na sequência, as concepções teóricas que fundamentaram o trabalho, algumas das atividades desenvolvidas e as conclusões que se tornaram possíveis com esse estudo.

Os caminhos da pesquisa

A pesquisa é de natureza qualitativa e teve início com uma revisão de literatura acerca de Tecnologias Digitais (BORBA; SILVA; GADANIDIS, 2014) em Educação Matemática, relacionada aos trabalhos de Borba e Penteado (2012); Borba, Silva e Gadanidis (2014) e Lopes (2010). Essa última autora, em sua dissertação de Mestrado intitulada “Construção e aplicação de uma sequência didática para o ensino de trigonometria usando o *software* GeoGebra”, do programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática, Centro de Ciências Exatas e da Terra da Universidade Federal do Rio Grande do Norte – UFRN, apresenta uma sequência didática para o ensino de trigonometria usando o *software* GeoGebra e tem-se como objetivo de analisar as potencialidades e as limitações do *software* no ensino-aprendizagem da trigonometria, assim trazendo contribuições para o desenvolvimento deste trabalho.

Com base no estudo inicial, foi elaborada e desenvolvida um conjunto de atividades de ensino-aprendizagem de trigonometria, são elas: Comprimento da Circunferência; Área do Círculo; Tabela Trigonométrica; Ciclo Trigonométrico e a Interpretação de Gráficos de Funções Trigonométricas em funções de alguns parâmetros, realizadas com auxílio do *software* GeoGebra, com 34 alunos do segundo ano do CTAIEM, do IFSULDEMINAS, campus Inconfidentes – MG.

Para construir os dados considerou-se: os registros dos alunos deixados na folha de resposta da atividade e nos exercícios que eles fizeram após as discussões; o diário de campo dos pesquisadores; e as construções que os estudantes fizeram no *software* GeoGebra e salvaram em formato digital (.ggb e .jpeg). A análise constituiu-se em averiguar quais evidências sobre as potencialidades e limitações do *software* GeoGebra para o ensino de trigonometria puderam ser encontradas nos dados e pelo estudo teórico



realizado a priori. Investigou-se também, sobre quais novas potencialidades e limitações, além das já apontadas no estudo teórico, surgiram nas atividades desenvolvidas.

O coletivo pensante seres-humanos-com-mídia

Um dos conceitos chave considerados nessa pesquisa é constructo teórico de “coletivo pensante de seres-humanos-com-mídias” (BORBA; PENTEADO, 2012) e (BORBA; SILVA; GADANIDIS, 2014). Tal constructo vem sendo elaborado a partir dos trabalhos de Borba e Villarreal (2005) no Grupo de Pesquisa em Informática, Outras Mídias e Educação Matemática – GPIMEM – e, dentre outros aspectos, está relacionado às ideias de que

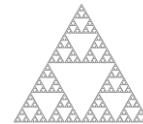
[...] a produção do conhecimento matemático é condicionada pela tecnologia utilizada; [...] as tecnologias não são neutras ao pensamento matemático; [...] as tecnologias transformam a matemática; [...] a matemática baseada no uso do lápis e papel é qualitativamente diferente da matemática baseada no uso de softwares (BORBA; SILVA; GADANIDIS, 2014, p. 41).

Borba e Villarreal (2005), ao proporem que a produção do conhecimento ocorre a partir da noção de coletivo pensante seres-humanos-com-mídias, fundamentam-se nas ideias de reorganização do pensamento proposta por Tikhomirov (1981) e na visão de coletivo pensante de Lévy (1993).

Para Borba e Villarreal (2005), a teoria de reorganização do pensamento é a que melhor caracteriza a moldagem recíproca, onde não apenas o ser humano é moldado pelos computadores, como também os computadores são impregnados de humanidade. Neste caso, os seres humanos desenvolvem as mídias, criam novos *softwares* com novas interfaces, novas tecnologias e atualizam os sítios da rede de internet. Enfim, os seres humanos, moldam as Tecnologias de Informação e Comunicação – TIC’s – assim como as mídias que foram desenvolvidas por eles também moldam os que a utilizam.

Pessoas que utilizam um *software* dinâmico, por exemplo, passam a pensar com o *software*, ou seja, pensam com o computador (BORBA; VILLARREAL, 2005). Neste caso, o conhecimento é produzido de forma coletiva envolvendo tanto os seres humanos quanto às diferentes mídias.

Nesta perspectiva teórica, a produção de conhecimentos matemáticos é

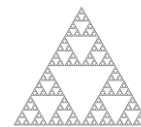


condicionada pela mídia utilizada, como lápis e papel, lousa e o giz, os *softwares* educacionais, a internet e outros. Nesta pesquisa, por exemplo, a principal mídia utilizada é o *software* GeoGebra, mas, além de alunos e professores envolvidos, também são utilizadas outras mídias. Para produzir o texto que está sendo lido agora, por exemplo, utilizou-se lápis e papel, computador, um *software* de edição de texto, internet, livros e artigos científicos. Já nas atividades que foram realizadas com os alunos foram utilizadas lousa, pincel, lápis, papel, projetor multimídia, computador e o *software* GeoGebra para a produção do conhecimento matemático relacionado à trigonometria.

O *software* GeoGebra foi desenvolvido pelo Austríaco Professor Doutor Markus Hohenwarter, na Universidade de Salzburg em 2001 e traduzido para o português por J. Gerdes. Prático e de fácil utilização, se tornou uma importante ferramenta tecnológica e inovadora na educação matemática, permitindo a manipulação dos objetos geométricos para melhor entendimento dos conceitos e favorecendo as práticas pedagógicas investigativas. O programa permite construções de pontos, vetores, segmentos, retas, seções cônicas, funções, entre outras possibilidades. Com o *software*, pode-se trabalhar com a álgebra, a geometria, gráficos, funções, estatística, planilhas de cálculos e outros conceitos matemáticos. O GeoGebra ainda permite movimentos interativos que não são possíveis quando se utilizam as mídias tradicionais, isto é, lápis, papel, lousa, giz, livro etc.

Os conhecimentos matemáticos produzidos pelos alunos quando utilizam lápis e papel, lousa e giz é potencialmente diferente daquele produzido com o uso das Tecnologias Digitais (TD), pois cada mídia pode privilegiar o desenvolvimento de certos aspectos do conceito, em detrimento de outros. De acordo com Borba e Villarreal (2005), não existe uma classificação entre as mídias que possa caracterizá-las em melhores ou piores, mas sim, os diferentes tipos de mídias. Como isso, torna-se cabível o uso de diferentes mídias para o tratamento de um único conceito, pois, com cada uma delas, pode-se desenvolver um ou mais aspectos do conceito.

Nesse sentido, a chegada de novos recursos tecnológicos auxilia no ensinar-aprender matemática e, conseqüentemente, possibilita novas formas de se pensar a respeito dos conceitos matemáticos. Pode-se citar, como exemplo, o estudo de funções cujo entendimento perpassa tanto pela ideia de movimento – variação – quanto por análises estáticas relacionadas às relações que se estabelecem entre as variáveis em cada ponto do



seu domínio. Dessa forma, podemos utilizar duas mídias: o tradicional lápis e papel e o *software* GeoGebra.

A primeira mídia poderia ser utilizada para explorar as relações que se estabelecem entre as variáveis em alguns pontos específicos. Por exemplo, em uma função de reais em reais, pode-se estudar em quais pontos o seu gráfico intercepta os eixos coordenados. Ou ainda, pode-se escolher aleatoriamente – mas, com certo grau de bom senso – valores reais de algumas abscissas e, em seguida, encontrar as ordenadas correspondentes. Isso forneceria ao estudante, alguns pontos que, ao serem representados no plano cartesiano e dependendo do tipo de função, indicariam uma ideia de como seria o seu gráfico. Contudo, esse procedimento pode levar os estudantes a desenharem muitos pontos e depois uni-los para formar o gráfico da função, causando assim, a impressão de que são somente aqueles pontos, normalmente associados a valores inteiros do domínio, que fazem parte do gráfico da função. Isso pode dificultar o entendimento de que a linha que os educandos traçam para ligar os pontos é a representação de uma infinidade de outros pontos. Essa forma de trabalhar privilegia o entendimento das relações particulares que se estabelecem entre as variáveis, mas dificulta o entendimento da ideia de movimento.

Para suprir a necessidade de representação da ideia de movimento, presente nas funções, pode-se usar o GeoGebra. Neste caso, sugere-se, por exemplo, plotar na janela gráfica do *software*, um ponto com coordenadas $A(a, f(a))$ em que $f(a)$ é a lei de formação da função desejada e a é um parâmetro definido em um dado intervalo. Em vez de plotar vários pontos, plota-se apenas um e movimenta-o segundo a lei de formação da função. Esse processo também dá a ideia do formato do gráfico de f , mas sob outra perspectiva, pois se observa o movimento do ponto e não uma sucessão de pontos estáticos. E ainda, o simples fato de habilitar o rastro do ponto $A(a, f(a))$ e variar o parâmetro a possibilita ao estudante visualizar as marcas deixadas por onde o ponto passa. Nesse procedimento, é fácil verificar que o rastro deixado é uma sucessão de pontos e que, se diminuirmos o tamanho do intervalo que a varia a cada instante os pontos ficam mais próximos uns dos outros. Tão próximos que se transformam em uma linha e assim formam o gráfico da função. Nesse simples exemplo, a construção do gráfico é feita em movimento e, além disso, permite a discussão de outras ideias matemáticas como as noções de ponto, dimensão, infinito – os diferentes tipos de infinito – e continuidade.



Para Borba e Villarreal (2005), os computadores e humanos não são considerados separadamente. Os computadores não são apenas assistentes dos humanos ao produzir matemática, pois eles mudam a natureza do que é feito, sugerindo que diferentes coletivos de humanos com mídias produzem diferentes matemáticas. O exemplo anterior ilustra essa ideia.

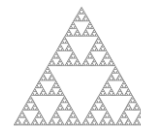
O geogebra no ensino de trigonometria: potencialidades e limitações explicitadas nas atividades de ensino-aprendizagem desenvolvidas

Utilizando o *software* GeoGebra foram elaboradas e desenvolvidas algumas propostas de atividades de ensino-aprendizagem de trigonometria que versam sobre os conceitos: (i) Comprimento da Circunferência; (ii) Área do Círculo; (iii) Tabela Trigonométrica; (iv) Ciclo Trigonométrico; (v) estudo dos gráficos de funções do tipo: $f(x) = a + b \cdot \text{sen}(c + d \cdot x)$ e $g(x) = a + b \cdot \text{cos}(c + d \cdot x)$. Todas elas foram trabalhadas com 34 estudantes do segundo ano do CTAIEM, porém, por questão de espaço, consideram-se, neste artigo, apenas as atividades (i), (ii) e (v). A seguir, apresentam-se os resultados e as discussões resultantes do trabalho com essas atividades.

As atividades (i) comprimento da circunferência e (ii) área do círculo foram trabalhadas em sequência e se constituíram de duas etapas:

1º - Determinação da fórmula do comprimento da circunferência: os estudantes construíram, no GeoGebra, uma circunferência e o seu diâmetro. Em seguida pediram para que o programa retornasse o comprimento de ambos. Por fim, usando a planilha de cálculo do *software*, calcularam a razão entre o comprimento e o diâmetro da circunferência. Em seguida os estudantes foram orientados a arrastar um ponto da circunferência modificando assim, o seu tamanho. Com isso eles puderam identificar que para qualquer circunferência a razão entre o seu comprimento e o seu diâmetro sempre resultava em um número próximo a 3,14 (aproximação com duas casas decimais para o número irracional π – pi). Sabendo-se que o diâmetro (d) é igual ao dobro do raio (r), ou seja, $d = 2r$, eles puderam concluir que o comprimento da circunferência (C) pode ser dado pela fórmula $C = 2\pi r$.

2º - Determinação de uma fórmula para o cálculo da área do círculo: A pesquisadora mostrou aos alunos uma construção no GeoGebra, de modo que era possível ver um círculo formado por diversas circunferências com o mesmo centro e raios diferentes.



Conforme a imagem abaixo:

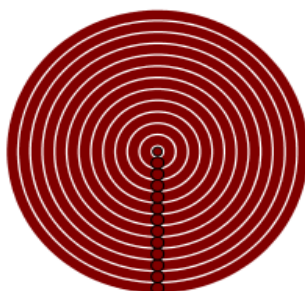


Figura 1: Círculo

Fonte: elaboração da pesquisadora

Essa apresentação foi favorável ao entendimento de que o círculo pode ser pensado como a união de infinitas circunferências concêntricas. Assim, para deduzir a área do círculo, foi realizada a retificação de cada uma das circunferências que o compõe, ou seja, desenrolar as circunferências em linha reta. Esse processo transformou o círculo em uma figura semelhante a um triângulo retângulo cuja base é o comprimento da circunferência que delimita o círculo e a altura é o raio da mesma.

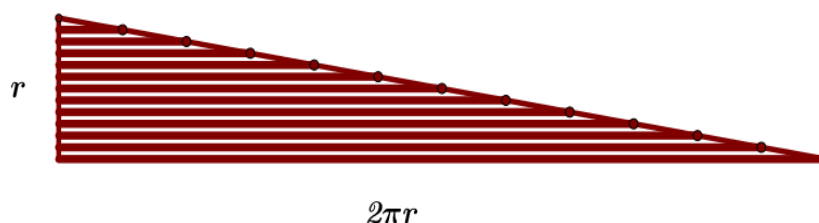
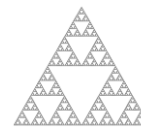


Figura 2: Triângulo retângulo.

Fonte: elaboração da pesquisadora

Assim a área do círculo (A) foi dada pela fórmula $A = \frac{2\pi r \cdot r}{2}$, ou seja, $A = \pi r^2$.

As falas dos estudantes a seguir são exemplos dos aspectos conceituais que foram percebidos por eles: **Estudante A:** *quando vai retificando do maior para o menor até seu ponto, vira um triângulo, o círculo é formado por infinitas circunferências, que quando retificamos forma um triângulo retângulo, a partir da área do triângulo retângulo, achamos a área do círculo;* **Estudante B:** *O círculo é formado por inúmeras*



circunferências que se esticado forma um triângulo retângulo; Estudante C: Não (diz que a figura formada não é um triângulo), *pois para obter um triângulo exato, você teria que dividir muitas circunferências, quanto mais circunferências se estender* (retificar), *mais exato fica o triângulo; Estudante D: (...)* resolver um cálculo que se fosse feito a mão demoraria muito.

Percebe-se nessas falas, as noções de:

Movimento: que está presente no processo de transformação de um círculo em um triângulo e pôde ser percebido nas falas dos Estudantes A e B;

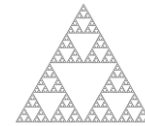
Ideia de infinito: que pode ser evidenciada em algumas construções realizada no GeoGebra onde determinado comando poderia ser repetido quantas vezes os estudantes desejassem, como por exemplo, no processo de constituição de um círculo formado por várias circunferências concêntricas ou de um triângulo formado por vários segmentos de retas. Nesse caso os estudantes puderam perceber que quanto mais circunferências eram consideradas, mais a figura se aproximava de um círculo. As falas dos Estudantes A e C ilustram isso;

Dinamismo: relacionado à ideia de que o GeoGebra torna mais dinâmico alguns processos. Isso é evidenciado na fala do Estudante D;

Ideia de representação pictórica: relacionado à possibilidade de representação visual dos conceitos de forma gráfica. Por possuir várias interfaces, como as janelas algébrica, geométrica (com duas ou três dimensões), planilha de cálculo etc. o GeoGebra possibilita que sejam visualizados, simultaneamente, movimentos nas representações algébricas e gráficas dos conceitos. Assim, a representação pictórica não é vista de forma fragmentada em relação à representação algébrica. Essa potencialidade pode ser observada na atividade da área do círculo a partir das falas dos estudantes A, B e C.

Depois dessas atividades, o professor ministrou algumas outras aulas onde foram apresentados os conceitos de trigonometria no triângulo e funções trigonométricas, algumas delas com a intervenção do projeto, tal como foi relatado no início dessa seção. Quando os estudantes já conheciam os formatos e as características dos gráficos das funções seno e cosseno, foi realizada a atividade (v) estudo dos gráficos de funções do tipo: $f(x) = a + b \cdot \text{sen}(c + d \cdot x)$ e $g(x) = a + b \cdot \text{cos}(c + d \cdot x)$.

Primeiramente foram feitas as construções dos gráficos das funções



trigonométricas: $f(x) = a \cdot \text{sen}(x)$, $f(x) = a \cdot \text{cos}(x)$, $f(x) = \text{sen}(a \cdot x)$, $f(x) = \text{cos}(a \cdot x)$, $f(x) = a + \text{sen}(x)$, $f(x) = a + \text{cos}(x)$, $f(x) = \text{sen}(a + x)$ e $f(x) = \text{cos}(a + x)$, onde os alunos puderam observar a movimentação dos gráficos ao variarem o parâmetro a . Foi discutido o formato de gráficos de funções do tipo: $f(x) = a + b \cdot \text{sen}(c + d \cdot x)$ e $g(x) = a + b \cdot \text{cos}(c + d \cdot x)$ e os estudantes usaram a ferramenta “habilitar rastro”, do GeoGebra, para formarem imagens deixadas pelo rastro de funções ao se movimentarem devido a variação dos parâmetros a, b, c e d .

Ao final, os discentes aprenderam como se dá o efeito (movimento) provocado no gráfico das funções de seno e cosseno ao se somar ou multiplicar constantes no domínio ou na imagem dessas funções. Desse modo, cada estudante realizou a construção de uma imagem utilizando as funções trigonométricas e os recursos do *software*. Algumas delas podem ser observadas na Figura 3, a seguir:

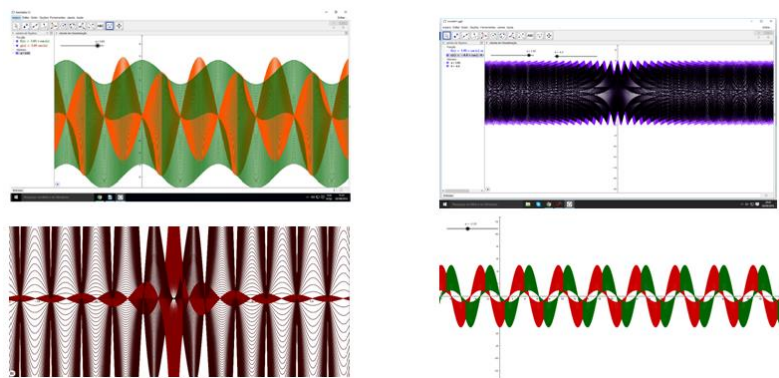
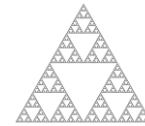


Figura 3: Algumas imagens criadas pelos alunos do segundo ano do CTAIEM.

Fonte: elaboração dos alunos do segundo ano do CTAIEM.

Apoiando-se na ideia de que cada mídia utilizada em sala de aula exige uma reorganização do ensino-aprendizagem (BORBA, SILVA, GADANIDS, 2014), a atividade proposta foi de caráter investigativo, pois a interatividade do GeoGebra é favorável a isso. Contudo, isso foi uma das primeiras limitações encontradas, pois os estudantes não estão familiarizados com esse tipo de atividade. Isso pode ser evidenciado nas falas da **Estudante M** e da **Estudante N** ao relatarem quais foram as contribuições e dificuldades decorrentes da atividade proposta para o aprendizado de trigonometria: **Estudante M** - *O GeoGebra deveria ser utilizado como complementação dos assuntos abordados em aula e*



não como foi trabalhado, os alunos tinham que escrever sobre aquilo que não tinham entendido.[...] se o professor tivesse dado primeiramente aulas expositivas em sala explicando com o auxílio do GeoGebra [...], teria sido muito, muito, mas muito mais fácil fazer o trabalho e principalmente compreender a matéria. **Estudante N** - As explicações eram boas, porém não estamos acostumados com aulas assim acho que por isso encontramos as dificuldades em interpretar e resolver o trabalho.

Em uma aula investigativa os estudantes assumem uma postura mais ativa, mas os dados mostraram que existia certa dependência do professor, pois os alunos estavam inseguros e desconfortáveis em escrever sobre o modo como estavam pensando. Houve também, problemas com o entendimento das questões, pois alguns estudantes, ao serem questionados sobre as construções e investigações sobre os gráficos, em vez de relatarem quais conceitos estavam envolvidos, escreviam sobre quais comandos do *software* foram usados. As falas do **Estudante A** e do **Estudante F** a seguir, são exemplos, respectivamente, de alunos que interpretaram mal a questão e que a compreenderam bem:

Estudante A - Para fazer esse gráfico (**Figura 4**) foi plotada na caixa de entrada a função $r(x) = a + \cos(ax)$, dando “enter” ele cria o controle deslizante com a variação de (6,-6) em cima do eixo “y” e infinito no eixo “x”. Clicando em cima da linha do gráfico e indo em “habilitar rastro” e depois clicando em “propriedades” mudando sua cor para roxo, em seguida indo no parâmetro “a” e colocando para animar deixando ele com essa forma, logo depois mudando sua cor novamente para preto para ficar desse jeito”. **Estudante F** - “Ele (gráfico de $g(x) = a + \sin x$ – Figura 5) não modifica no eixo X, apenas modifica no eixo Y, assim modificando os valores da imagem, fazendo o movimento de sobe e desce. Quando o valor de a, aumenta ele (gráfico de $g(x) = a + \sin x$) sobe e quando o valor de a diminui, ele desce.

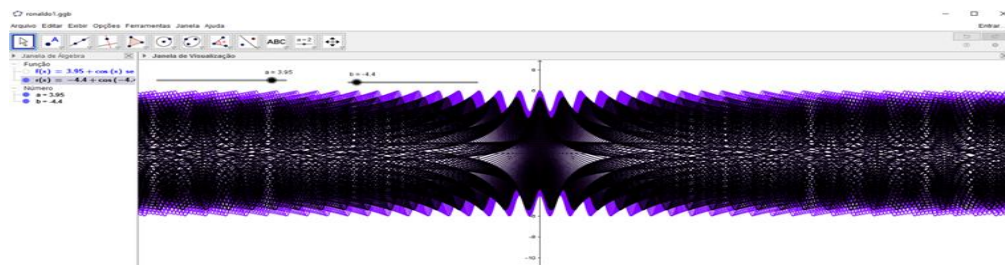


Figura 4: Imagem formada pela variação do parâmetro a na função $r(x) = a + \cos(ax)$

Fonte: Elaboração do estudante A com auxílio do GeoGebra

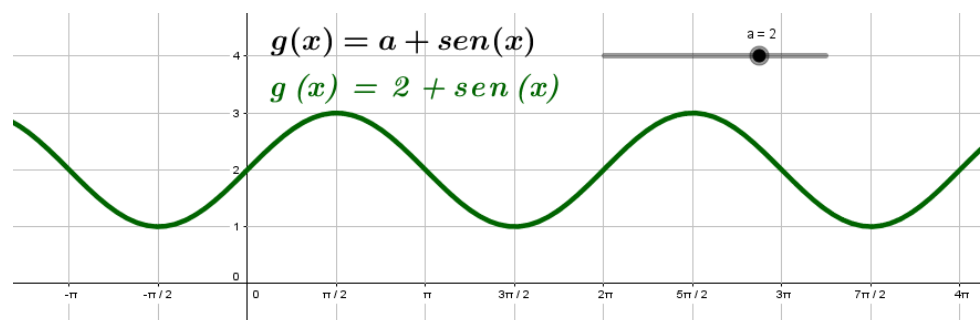
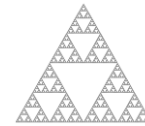


Figura 5: Gráfico de $g(x) = a + \text{sen}x$

Fonte: elaboração do estudante F

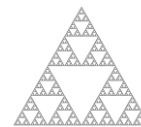
O Estudante F evidencia, em sua fala, o movimento de translação vertical do gráfico de $g(x) = a + \text{sen}(x)$ em função da variação do parâmetro a , sendo que, quando a aumenta, o gráfico desloca “para cima” e quando a diminui, desloca “para baixo”. Essa análise foi feita com certa naturalidade, pois se trata de uma observação quase empírica, já que, com o GeoGebra, foi possível representar o movimento do gráfico. Uma vez compreendia a ideia do conceito, sua formalização se torna mais fácil e compreensível pelo estudante.

Diante da impossibilidade de representar as falas de todos os estudantes que desenvolveram essa atividade, nesse trecho, está se considerando que as falas do Estudante A e do Estudante F representam bem as falas dos demais.

Apesar da confusão por parte de alguns estudantes, conforme pode ser percebido na fala do Estudante A, com a intervenção do professor, eles compreenderam as principais ideias matemáticas envolvidas. Isto é, a construção e análise de gráficos de funções do tipo $f(x) = a + b \cdot \text{sen}(c + d \cdot x)$ e $g(x) = a + b \cdot \text{cos}(c + d \cdot x)$, a partir da translação e deformação dos gráficos de $h(x) = \text{sen}(x)$ e $i(x) = \text{cos}(x)$, o significado geométrico dos coeficientes a , b , c e d , além da forma como eles interferem na imagem, período e amplitude das funções.

Ainda analisando as manifestações, tanto do Estudante A quanto do Estudante F, foi possível observar que, dentre as potencialidades do *software* GeoGebra para o ensino-aprendizagem de trigonometria, destacaram-se:

Movimentação: presente no processo de deslocamento/deformação do gráfico da



função provocado ao se variar o parâmetro “ a ”;

Dinamismo: relacionado à ideia de que o GeoGebra torna mais dinâmico alguns processos permitindo ao educando, por exemplo, interagir com o objeto de estudo e movimentar, em tempo real e quantas vezes forem necessárias, suas construções no *software*;

Representação pictórica: relacionado à representação gráfica dos conceitos. O *software* GeoGebra, por possuir várias interfaces, possibilita que sejam visualizados, simultaneamente, os movimentos das representações algébrica e geométrica das funções trigonométricas citadas.

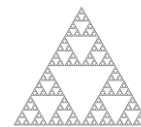
As potencialidades evidenciadas deixam em destaque um dos fatores que difere uma atividade com o recurso do *software* de outra com uso de lápis, papel e livro didático, isto é, a possibilidade de “movimentação” dos objetos na tela do computador em tempo real. Nesse caso, o pensar matematicamente incorpora a ideia de movimento propiciada pelo *software*. Mover os objetos e observar o que acontece com suas múltiplas representações se torna uma estratégia de investigação para os estudantes. Isso se dá pela facilidade provocada pelo dinamismo e interatividade do GeoGebra.

Considerações finais

Nesta investigação buscou-se responder: Quais as potencialidades do *software* GeoGebra no ensino-aprendizagem de trigonometria para o segundo ano do Curso Técnico em Agropecuária Integrado ao Ensino Médio, do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Sul de Minas Gerais – IFSULDEMINAS – Campus Inconfidentes-MG? Puderam ser evidenciadas as seguintes potencialidades: a movimentação, a noção do infinito, o dinamismo e a representação pictórica dos conceitos.

Contudo, existiram também algumas limitações que dificultaram o trabalho de pesquisa. As limitações se deram devido a não familiaridade dos estudantes com aulas investigativas e a dificuldade com a interpretação e escrita sobre as ideias matemáticas que se apresentaram durante a atividade.

As pesquisas que se apoiam no constructo teórico seres-humanos-com-mídias, incluindo esta, pressupõem questões de como se dá a relação entre os diferentes atores



envolvidos no processo de ensino-aprendizagem – dentre eles as tecnologias – e como o conhecimento matemático é produzido em meio a esse coletivo. Neste caso, o conhecimento é produzido de forma coletiva envolvendo tanto os seres humanos quanto às diferentes mídias. A partir desse ponto de vista, o presente estudo permitiu a conclusão de que professores, alunos e pesquisadores, quando utilizam o *software* GeoGebra para trabalhar certos aspectos de conceitos matemáticos, passam a pensar-com-tecnologia, pensar-com-o-*software*-GeoGebra.

Conclui-se ainda, que a mudança provocada pela inserção de uma nova mídia no ambiente de sala de aula pode provocar a necessidade do repensar a aula de matemática, pois novos aspectos do conceito são privilegiados e até a forma de organização da aula precisa ser alterada. Sabe-se que o papel de organizar o ensino é do professor, contudo, é preciso que os estudantes também compreendam os objetivos da aula e a necessidade de mudança.

Agradecimentos

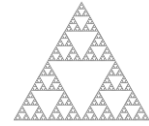
Os autores do presente artigo deixam aqui, seus sinceros agradecimentos à FAPEMIG, pelo financiamento da bolsa de estudos, ao IFSULDEMINAS, campus Inconfidentes, pelo apoio à execução da pesquisa e a comissão organizadora do VI SHIAM, por possibilitar a divulgação dos resultados deste trabalho.

Referências

- BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. **Informática e educação matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 5 ed. 2012. (Coleção Tendências em educação Matemática).
- BORBA, M. C.; SILVA, R. S. R da; GADANIDIS, G. **Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática: sala de aula e internet em movimento**. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2014. (Coleção Tendências em Educação Matemática).
- BORBA, M. C.; VILLARREAL, M.E. **Humans – With – Media and the Reorganization of Mathematical Thinking: information and communication technologies, modeling, experimentation and visualization**. New York: Springe, 2005. V. 39.
- LÉVY, P. **As tecnologias da inteligência: o futuro do pensamento na era da informática**. Rio de Janeiro: Editora 34, 1993.
- LOPES, M. M.; **Construções e aplicações de uma sequência didática para o ensino de trigonometria usando o software GeoGebra**. 2010. 101 f. Dissertação (Mestrado em



VI Seminário Nacional de Histórias e Investigações de/em Aulas de Matemática



Educação Matemática) – Centro de Ciências Exatas e da Terra, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2010.

TIKHOMIROV, O. K. The psychological consequences of computerization. In: WERTSCH, J. V. (Org.). The concept of activity in soviet psychology. New York: M. E. Sharpe. Inc, 1981. p. 256-278.