

**ATIVIDADE EXPLORATÓRIO-INVESTIGATIVA DA CONSTANTE DA
CIRCUNFERÊNCIA COM METODOLOGIA DE LESSON STUDY**

Marcos Paulo De Oliveira
marcosp_oliveira_@hotmail.com

Cora Sanroman Duran E Canno
cora.sanroman@gmail.com

Resumo:

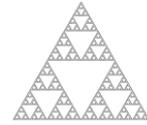
O presente artigo descreve uma experiência no contexto da disciplina Práticas Pedagógicas em Matemática da Unicamp no segundo semestre de 2016, e se apresenta como fechamento de um ciclo de *Lesson Study* aplicado na disciplina. Nos baseamos na teoria social da aprendizagem e na metodologia do *Lesson Study* a fim de aplicar uma atividade exploratório-investigativa com a temática da circunferência numa turma de 9º ano do ensino fundamental da rede pública de Campinas, explorando a relação entre o comprimento e o diâmetro da circunferência. Para tal, investigamos como se dá a aprendizagem de conceitos geométricos para os alunos do ensino fundamental e analisamos os conceitos mobilizados, intencionalmente ou não, pela atividade em questão. Como resultados desta aplicação, aprimoramos nosso olhar investigativo sobre as práticas de ser professor e analisamos contribuições da metodologia para a formação inicial de professores, principalmente no que diz respeito ao planejamento e análise colaborativa das atividades.

Palavra-Chave: *Lesson Study*, Atividade Exploratório-Investigativa, Circunferência, Anos Finais Ensino Fundamental.

1. Introdução

Este artigo foi desenvolvido no contexto da disciplina acadêmica Práticas Pedagógicas em Matemática da Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP) como fechamento de um ciclo de *Lesson Study* desenvolvido durante o segundo semestre de 2016, com a turma de estudantes de Licenciatura em Matemática e os formadores Dario Fiorentini e Jenny Patricia Acevedo Rincón, conformando comunidade de prática da disciplina. Isto é, a comunidade de prática em que a atividade está inserida é uma disciplina acadêmica cujo objetivo é refletir e problematizar sobre as práticas de ensinar/aprender matemática na escola básica. A disciplina faz o uso da metodologia do *Lesson Study* nos aspectos de planejamento, aplicação de uma lição de pesquisa e análise posterior da atividade.

Tal disciplina pretende a problematização das práticas pedagógicas na escola básica sobre as propostas desenvolvidas pelos estudantes, visando o “desenvolvimento da capacidade de os professores em formação interpretarem e analisarem essas práticas, em comunidades, envolvendo muita conversação e discussão” (FIORENTINI, CRECCI, 2016). O termo ensinar/aprender é empregado para enfatizar a relação íntima entre ensino e



aprendizagem, tendo o primeiro sentido completo somente quando ocorre o segundo, e este último podendo acontecer de múltiplas formas.

Dessa forma, o objetivo da disciplina dialoga com a teoria de Lave e Wenger ao colocar o foco na participação em comunidades de prática, sendo esta constituída pelos alunos e formadores da disciplina. A experiência apresentada neste artigo procura identificar essas comunidades de prática presentes no ambiente acadêmico da disciplina Práticas Pedagógicas em Matemática e avaliar o conhecimento dos autores deste artigo inseridos nesse contexto.

Assumindo que as práticas docentes são problematizáveis, devemos entender o ser professor como uma profissão dinâmica, não havendo um jeito único de lecionar. Nesse sentido, exploramos novas formas de entender as práticas de aprendizagem. Na atualidade, o conhecimento é algo que se renova a todo instante, o que ele vê como um possível motivo para desmotivação do aluno, pois o professor não estaria preparado para lidar com o ensino, se prendendo a modelos ultrapassados, como disse Sagan (2009):

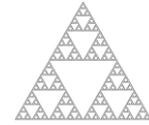
“Quando o treinamento se mantém inalterado por longos períodos, as tradições são transmitidas intactas para a próxima geração. Mas quando o que precisa ser aprendido muda com rapidez, especialmente no curso de uma única geração, torna-se mais difícil saber o que ensinar e como ensiná-lo. Então os estudantes se queixam da relevância; diminui o respeito pelos mais velhos.” (SAGAN, C., 2009, *O Mundo Assombrado Pelos Demônios*, p.343).

O artigo apresenta uma breve descrição da aprendizagem situada sob a visão da Teoria Social de Aprendizagem, da investigação em sala de aula e da conceituação de *Lesson Study*; posteriormente, apresenta a metodologia usada para o desenvolvimento da experiência. Também é feita uma discussão sobre a aprendizagem de conceitos geométricos por alunos do ensino fundamental, que é objeto de estudo da atividade proposta e descrita em seguida.

2. Referencial Teórico

A Teoria Social de aprendizagem, apresentada por Lave e Wenger (1991), reconhecem a aprendizagem como uma construção social mediante a participação em comunidades de prática. Segundo Lave (1996), a aprendizagem situada em uma prática assume quatro premissas ao conceber o conhecimento como parte da prática social, estas são:

1. O conhecimento sempre se constrói e se transforma ao ser utilizado;
2. A aprendizagem é parte integrante da atividade em e com o mundo em todo momento. Não é problemático que a aprendizagem se produza;



3. O que se aprende é sempre complexamente problemático;
4. A aquisição de conhecimento não é uma simples questão de absorver o conhecimento. “Pelo contrário, as coisas que pressupõem categorias naturais, como ‘corpos de conhecimento’, ‘aprendizagem’, e ‘transmissão cultural’ requerem reconceitualização como produtos culturais e sociais” (Lave, 1996, p. 8).

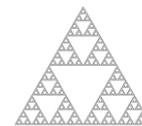
A comunidade de prática é caracterizada como qualquer grupo de indivíduos com interesses em comum. Podemos caracterizar diferentes comunidades de prática ao matricularmos na disciplina e em cada uma delas há a construção de diferentes conhecimentos. Caracterizamos nossa comunidade de prática mais geral como um grupo de alunos das licenciaturas da física e da matemática da Unicamp junto com os formadores da disciplina que desenvolvem colaborativamente atividades a partir da metodologia de *Lesson Study* para participar das práticas de ensinoaprendizagem na escola de nível básico. Além dessa, os grupos menores de 3 ou 4 licenciandos que formam os grupos de trabalho que pensam nas tarefas a serem levadas para as salas de aula.

Durante o processo de execução da atividade proposta, passamos pela comunidade de prática da sala do 9º ano A da escola pública E.E. Prof. Luis Galhardo da cidade de Campinas. Essa escola está localizada no bairro Swift e oferece as séries do ensino fundamental II, ensino médio e EJA, e é uma das escolas de Campinas em que os alunos (do fundamental II) permanecem em período integral na escola. Durante a execução da tarefa proposta, formam-se grupo de alunos que formam outras comunidades de práticas onde constroem um conhecimento sobre a tarefa proposta.

A metodologia de trabalho empregada é a de *Lesson Study*, que é uma metodologia de desenvolvimento profissional para professores que envolve planejamento e análise de tarefas, chamadas aqui de lição de pesquisa; ela é usada para aprimoramento das tarefas levadas em sala de aula e da prática do professor, como um todo. O *Lesson Study* ocorre em ciclos, e cada um deles é dividido em etapas. Na disciplina, foram estabelecidas 3 etapas: planejamento, aplicação da tarefa e análise.

Na disciplina, a metodologia esteve presente principalmente no caráter colaborativo e nas socializações ocorridas em sala. Nas 3 etapas houve a atividade era pensada em nas comunidades de práticas de 3 ou 4 alunos juntamente com os formadores e no encerramento de cada fase havia uma socialização para a turma toda da disciplina.

Empregar o *Lesson Study* significa partir das perguntas e das necessidades da comunidade de prática em questão, e é um método para o desenvolvimento profissional do professor (em formação ou não). Abaixo encontra-se um quadro síntese das características do *Lesson Study*:



Quadro 1: Visões contrastantes do desenvolvimento profissional

Desenvolvimento Profissional Tradicional	<i>Lesson Study</i>
Começa com a resposta	Começa com a pergunta
Conduzida pelo profissional externo	Conduzido pelos participantes
Fluxo de comunicação do treinador para os professores	Fluxo de comunicação entre professores
Relação hierárquica entre treinadores e professores	Relações recíprocas entre todos
A pesquisa informa a prática	A prática é a pesquisa

Fonte: Liptak apud Lewis (2002, p.12).

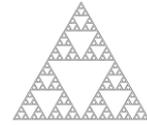
Dentro desse contexto, as atividades desenvolvidas são de cunho exploratório-investigativo. A exploração e investigação já está presente há pelo menos duas décadas nas aulas de matemáticas no Brasil e consistem em atividades abertas em que os alunos problematizam algum conceito e têm como objetivo, em geral, a significação de um conceito matemático (FIORENTINI, 2012). A exploração se dá de forma mais rápida e menos sistematizada e já a investigação envolve etapas de formulação de uma questão, levantamento de conjecturas realização de testes para a validação das mesmas (PONTE, 2003). Por não existir uma separação clara entre exploração e investigação, tem-se empregado o termo aulas exploratório-investigativas para designar essa categoria de aulas.

Mais que a investigação nas práticas escolas, a investigação também perpassa pelo trabalho do professor, que pode ser um investigador da própria prática nesses ambientes ditos exploratório-investigativos (FIORENTINI, 2012). Ser professor investigativo significa buscar entender os problemas que ele enfrenta no cotidiano escolar e aprofundar essas questões, tornando-se a pesquisa em ação, e dessa forma a escola passa a ser um espaço de formação profissional.

A disciplina então constitui-se num espaço onde de investigação tanto das práticas dos alunos da sala de aula do ensino básico, quanto das próprias práticas dos licenciandos como professores, fazendo o uso na metodologia de *Lesson Study* a partir da referencial da aprendizagem situada nas comunidades de prática.

3. Aprendizagem de conceitos geométricos de alunos do ensino fundamental

No contexto da atividade proposta, nos cabe então investigar mais a fundo como os alunos entendem os conceitos geométricos. De acordo com Carrillo (2016), para as crianças do ensino fundamental, a aprendizagem de conceitos se dá pela observação repetida dos conceitos e identificação de suas características comuns, geralmente por observação visual dos exemplares de uma mesma classe de objetos, e da mesma forma aprendem a distinguir



objetos de classes distintas. No campo da geometria escolar, o suporte visual é mais evidente, pelo caráter de representação do espaço e figuras nele contidas.

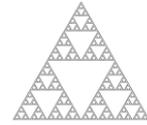
Nas aulas de matemática, o aluno recebe informações verbais e gráficas, e estas duas informações são armazenadas mentalmente de formas diferentes. Para melhor estudá-las, o autor faz o uso dos termos imagem conceitual e definição conceitual de Vinner (1991). A imagem conceitual se refere à informação gráfica memorizada. "Nessa estrutura se acumulam os exemplos dos conceitos observados ou desenhados pelos estudantes"(CARRILO et al., 2016). A definição conceitual está formada pela informação verbal memorizada. "Esta estrutura não só incorpora a definição aprendida do conceito (que coincide ou não com a definição matemática correta), mas também formulações verbais de suas propriedades" (CARRILO et al., 2016). Dessa forma, a aprendizagem de um conceito matemático se dá com a formação de uma imagem conceitual e de uma definição conceitual mais completas possíveis.

Pensando na circunferência, que foi um dos focos da atenção na atividade, podemos defini-la para alunos de ensino fundamental de alguns jeitos diferentes. Por exemplo, de modo mais conhecido de dado um ponto O e um valor numérico r , então a circunferência C será o conjunto de pontos no plano que estão a uma distância r do ponto O . Um outro exemplo é dado um segmento OP , então definimos circunferência como o conjunto dos pontos que obtemos girando o segmento OP em torno do ponto O fixado. As duas definições são equivalentes, mas esta última dá uma noção geométrica maior ao aproximar-se da construção de uma circunferência com o compasso, fornecendo uma imagem conceitual mais imediata, ao passo que a primeira tem um caráter mais algébrico, caracterizando melhor a definição conceitual da circunferência.

A formação da imagem conceitual de objetos geométricos geralmente inclui exemplos, e exemplos com formas, tamanhos, e posições variadas ajudam na formação de uma imagem conceitual mais completa. São denominados exemplos prototípicos os exemplos que aparecem com mais frequência nos livros e nas lousas; estes exemplos são os que têm peso maior sobre a formação das imagens conceituais, pois geralmente são os exemplos que os alunos lembram de imediato.

Outros conceitos que cabem ser explorados pelos alunos é o de diâmetro e corda da circunferência, pois muitos alunos não mediram o diâmetro das figuras passando pelo centro, obtendo assim valores ligeiramente divergentes do π para a razão C/D por não entender que o diâmetro é uma corda que passa pelo centro da circunferência. Assim, cabe uma problematização pela professora em sala para promover uma construção de significado pelos alunos.

Na fase secundária do ensino fundamental, é uma fase intermediária em que os alunos ainda têm forte apelo ao componente visual e gráfico mas já é cobrado uma certa capacidade de abstração. Por isso, é importante que os alunos compreendam as definições e propriedades básicas das figuras e desenvolvam uma definição conceitual em paralelo com a imagem



conceitual. Ao desenvolver os dois conceitos separadamente, a definição conceitual é tomada de forma puramente memorialística e menos compreensiva. A circunferência foi um termo em que a definição conceitual é tomada separadamente da imagem conceitual, pois os alunos sabem o conceito de circunferência, mas inicialmente não sabiam onde tomar essa medida nos objetos propostos.

Vinner (1991) explica que esse comportamento entre saber corretamente as definições e não identificar os exemplos mostra que não aprenderam a estabelecer conexão entre suas imagens conceituais e definições conceituais:

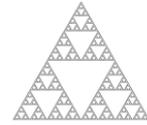
"Quando lhes é levantado um problema em que percebem que devem usar a definição recorrem à sua definição conceitual e recitam a definição aprendida, e quando o problema lhes pede para atuar sobre figuras ou objetos, recorrem à sua imagem conceitual para responder. Esta falta de conexão explica que os estudantes não notam as contradições entre suas respostas gráficas e verbais" (Vinner apud Carrillo, 2016, p.203).

Para superar esse problema, o professor deve aprender a relacionar a imagem conceitual e a definição conceitual e utilizá-las de maneira combinada, de forma que os alunos não as usem de forma indistinta. Um olhar mais apurado do professor permite que ele perceba de onde surgem as dúvidas dos alunos e busque meios para superá-las. Dessa forma, estará construindo uma matemática significativa para os alunos.

4. Metodologia

Tendo presente a participação e negociação de significados como base para aprendizagem situada dos alunos, os licenciandos da disciplina Práticas Pedagógicas em Matemáticas do segundo semestre de 2016 devem propor e aplicar uma atividade exploratório-investigativa no sentido Fiorentini (2012) em uma escola de educação básica segundo o objetivo de promover o estudo sobre a atividade pedagógica de matemática nas escolas. A atividade é desenvolvida colaborativamente em sala de aula com todas as comunidades de prática ao interior da disciplina mesclando as sociedades de prática hora somente com os autores, hora com participação dos formadores e hora com a sala toda.

Nas fases do *Lesson Study* identificadas em Fujii (2016), a fase de estabelecimento de metas e planejamento de lição são realizadas colaborativamente em sala de aula com a comunidade de prática dos autores e com participação dos formadores, passando posteriormente para uma socialização para toda a turma com propostas e sugestões dos outros alunos. A negociação sobre o tema para propor a atividade exploratório-investigativa foi desenvolvida com a participação da professora da escola onde ela foi aplicada, de modo que o tema escolhido respondia ao plano de trabalho bimestral na escola.



A atividade construída é de tipo exploratório investigativa com ideia de dar voz a uma variedade de ideias e raciocínio dos alunos na atividade em sala. Desta forma, proporcionará uma grande variedade de raciocínios e às questões propostas deixando mais rica nossa análise posterior da atividade. Desenvolvemos com isso a sexta abordagem descrita em Fiorentini (2012), que será uma investigação sobre a nossa própria prática de ensinar/aprender matemática em um ambiente exploratório-investigativo, que requer um olhar mais minucioso daqueles que estão analisando as próprias práticas.

A lição de investigação expressa por Fujii (2016) foi aplicada numa escola pública estadual, numa turma de 9º ano do ensino fundamental. Há várias diferenças em relação à forma de aplicação deste trabalho e do projeto *Impuls*, pois a lição foi um fato limitado a uma sala de aula no tempo de duas aulas, sem grande mobilização da escola em torno dessa aplicação, e também porque a atividade foi conduzida pelos participantes externos à escola, que foram os quatro alunos do grupo. A coleta de dados envolveu gravação em áudio durante o tempo todo e de vídeo na socialização final da tarefa.

A discussão pós-lição foi feita de forma contínua entre os integrantes do grupo e finalizada com uma apresentação para a classe. E finalmente a reflexão é sistematizada neste artigo. Este então é apresentado na disciplina de Práticas Pedagógicas em Matemática e recebe colaboração das outras comunidades de prática composta pelos outros grupos e pelos formadores antes da versão final.

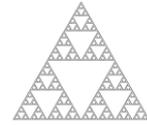
5. O Lesson Study para o ensino/aprendizagem da circunferência.

5.1 Planejando a atividade em comunidade de prática

Todo o planejamento da atividade foi feito em sala durante duas semanas. Havíamos levantado hipóteses sobre qual atividade poderíamos aplicar, cogitando trabalhar com operações básicas (pois os alunos estavam com dificuldade em realizar as operações), porém em aula decidimos que a atividade escolhida foi a que visava medir experimentalmente o pi a partir da medida pelos alunos dos comprimentos e diâmetros de objetos redondos, de modo semelhante ao que o pi foi adquirido historicamente, uma vez que a professora entraria no tema circunferência em breve. O objetivo com a atividade seria então entender o significado do número pi como constante obtida a partir da divisão do comprimento pelo diâmetro de uma circunferência qualquer.

O desenvolvimento da atividade se deu com uma interlocução entre a comunidade do grupo dos autores deste artigo e da comunidade da turma disciplina Práticas Pedagógicas em Matemática. Os possíveis temas haviam sido levantados entre o nosso grupo dos autores e posteriormente foram discutidos com os formadores, havendo por último uma socialização com a comunidade da disciplina.

Consideramos que nosso planejamento foi incompleto e pouco sistematizado, deixamos de aplicar o modelo utilizado num planejamento de atividade anterior da mesma



disciplina, em que descrevíamos explicitamente os objetivos gerais, conteúdos abordados e tempo, e depois descrição da atividade, metodologia e avaliação da tarefa a ser aplicada.

Então apenas listamos sequencialmente o que faríamos na atividade, sem pensar nas diferentes possibilidades de respostas e ações dos alunos para cada situação, e tal planejamento se deu em forma de anotações, sem uma tabela característica de planejamento de aula.

Na atividade então pediríamos para que os alunos se reunissem em grupo, dessa forma trabalharem coletivamente, e que medissem em vários objetos circulares a medida do diâmetro e da circunferência dos objetos, sem explicar inicialmente o que é o diâmetro e a circunferência. Inicialmente também pensamos em falar para os alunos medirem os objetos com um barbante, mas depois decidimos deixar aberta a forma de medição, para que eles desenvolvessem o método que achassem mais adequado. Esses dados seriam organizados em uma tabela com as colunas C para a circunferência, D para o diâmetro e outra C/D, para que os alunos calculassem em cada objeto medido a razão entre os valores.

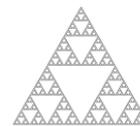
Também pensamos em, para diminuir os erros, levar objetos que tivessem algum tipo de marcação no centro da circunferência, por exemplo na tampa da panela ou da garrafa, o centro fica bem marcado. Deste modo, esperávamos que os alunos obtivessem resultados bons.

Para sistematizar o conhecimento que os alunos produziram, elaboramos três perguntas para que respondessem. Com essas perguntas, esperávamos levar os alunos a perceber que a razão entre circunferência e diâmetro é constante e com isso chegar à fórmula para o cálculo do comprimento de uma circunferência. A primeira delas era: o que pode ser observado na relação entre o comprimento e o diâmetro? A segunda pergunta era: como podemos verificar o que foi constatado acima? E por último, perguntaríamos como podemos encontrar o comprimento de uma circunferência qualquer? Com essas perguntas, buscávamos levar os alunos a perceber a relação constante entre o comprimento e o diâmetro da circunferência e que pudessem com isso generalizar esta relação chegando na relação por trás da fórmula conhecida de comprimento de circunferência.

5.2 Aplicação da atividade.

Já na aplicação da atividade, chegamos à escola numa aula posterior ao intervalo e depois de conversar com a professora de quem usaríamos o espaço da aula. Separamos os alunos em grupos de 4 a 6 pessoas. Assim conseguimos 4 grupos, mistos, e 1 grupo composto somente com meninos, na sala. Queríamos que eles trabalhassem em grupo, para que um ajudasse o outro na visualização do problema e da solução, aumentando a produtividade e tentando aumentar o aproveitamento de todos. E começamos dizendo a eles que faríamos uma atividade diferente do que eles estavam acostumados.

Colocamos, na mesa do professor, objetos circulares e um barbante, e pedimos para que cada grupo escolhesse de 5 à 8 objetos e, assim, fizessem medições de circunferência e



diâmetro, montando uma tabela com os valores medidos para cada objeto, e com a razão entre os dois.

Inicialmente, não explicamos o que é circunferência e diâmetro, para que os alunos tivessem liberdade de interpretação. Notamos que de imediato alguns alunos procuraram em seus cadernos onde eles teriam que medir a circunferência e o diâmetro nas figuras dadas, buscando nos conteúdos anteriores de cones e cilindros.

Deixamos em aberto também o modo de medir cada objeto, poderiam usar a criatividade deles para desenvolver um método de medida, apesar de deixarmos o barbante bem a vista, sugestionando o seu uso na medição. Os alunos começaram medindo o diâmetro com a régua, mas logo perceberam que não conseguiriam medir a circunferência do objeto, pois, nas palavras de um dos alunos “a régua não entorta”. Não demorou muito para que um grupo começasse a utilizar o cabo do fone de ouvido para medir a circunferência, e assim, inspirados, os outros grupos pensaram no barbante, e um grupo transformou a folha de papel em régua.

Os alunos passaram então a preencher lentamente suas tabelas com os valores medidos (havia passado cerca de 20 minutos e os grupos haviam feito entre uma e duas medições). Observamos que além das medições serem lentas, eles demoravam para fazer as contas de divisão para encontrar a razão pedida; uma aluna chegou a questionar se estava fazendo a divisão de modo certo, e apontou para o algoritmo montado no caderno. A partir daí permitimos então o uso da calculadora pelos alunos.

A aula continuou sem problemas e os alunos se mostraram motivados a cumprir aquela tarefa. Depois que tivessem todos os grupos feito cerca de 8 medições, passamos então as 3 perguntas na lousa para os alunos.

Em relação às perguntas, inicialmente os alunos não sabiam bem o que responder, pois acharam que encontrar valores próximos não seria uma relação. Mas logo em seguida, quase todos responderam que os valores encontrados da razão entre circunferência e diâmetro eram próximos ou fixos, com exceção de um grupo, que afirmou que os valores deles deram próximos porque eles pegaram objetos de tamanho próximos, mas para objetos muito maiores a relação seria diferente. Alguns grupos perguntaram se o resultado dava sempre 3 por causa do pi.

Um aspecto interessante que veio do fato de a atividade ser aberta é que surgiram resultados que não esperávamos, como o grupo que teve como conclusão que a medida do comprimento de uma circunferência é maior que a do diâmetro da mesma circunferência. Segue abaixo uma imagem com as respostas deste último grupo.

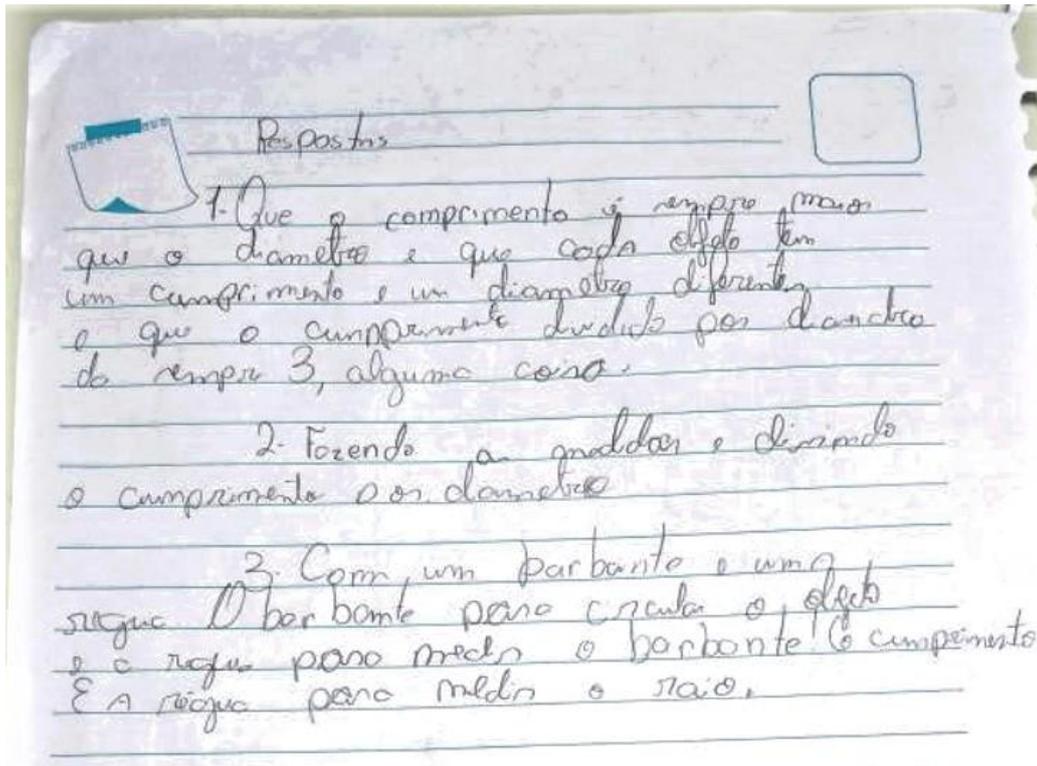
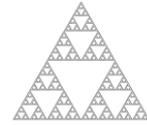


Figura 1: Respostas de um dos grupos de alunos. Fonte: Autores.

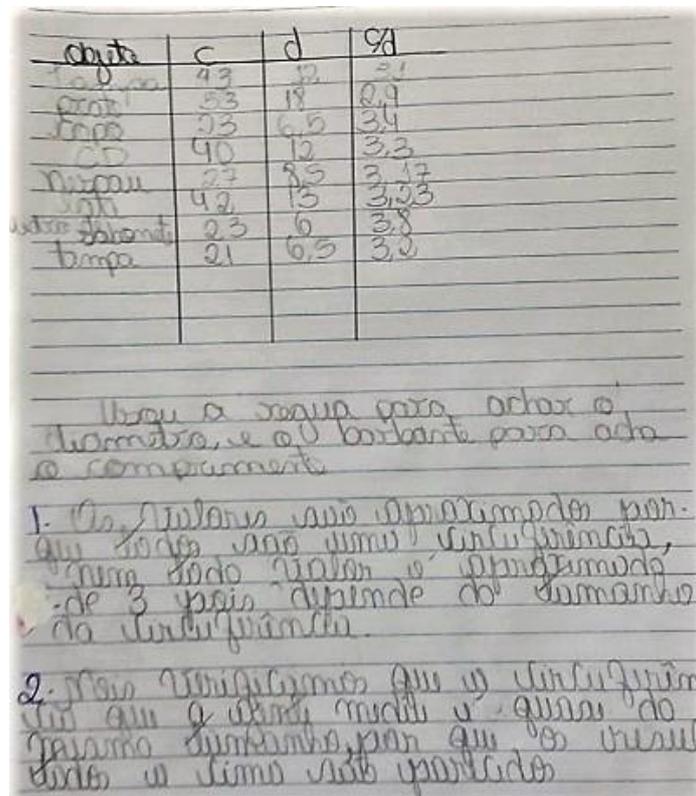
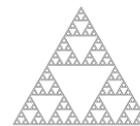


Figura 2: Respostas de um segundo grupo de alunos. Fonte: Autores.



Para finalizar a tarefa houve um diálogo entre a comunidade de prática dos autores e a comunidade de prática dos alunos da escola visando a sistematização da atividade proposta. Tentamos coletivamente levar os alunos a entenderem porque alguns valores deram diferentes dos outros e explorar as relações existentes na circunferência, e definimos o pi como a constante obtida dividindo o comprimento de uma circunferência qualquer pelo seu diâmetro.

Falamos para os alunos sobre os erros experimentais envolvidos nas medidas e calculamos a média de todos os valores das razões entre comprimento da circunferência e diâmetro, buscando um valor próximo do conhecido para o pi e explicando porque houve uma pequena alteração desse número. Tomamos a linha de raciocínio de primeiro fazer com que identificassem que os valores de C/D deveriam ser constantes e depois levá-los a buscar um único valor que representasse essa relação constante.

5.3 Análise da atividade

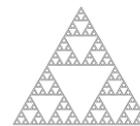
Uma iniciativa importante para o sucesso do processo de Lesson Study é analisar as próprias práticas, e em particular conjuntamente. Por isso temos uma postura mais crítica em relação aos fatos ocorridos durante a atividade.

Já inicialmente, a demora dos alunos da comunidade de prática da escola em preencher as tabelas chamou a nossa atenção. Notamos que as medidas em si não tomavam muito tempo, mas o tanto que eles ficavam tentando resolver as divisões com decimais na mão não seria possível terminar a atividade proposta, então passamos a permitir o uso da calculadora. Isso é algo que deveríamos ter pensado, uma vez que nossa primeira ideia sobre atividade era sobre operações básicas.

Mais tarde, durante a socialização quando pedimos para os grupos fazerem as médias dos valores que encontraram para C/D , os alunos de um dos grupos se confundiram em calcular o valor mesmo com calculadora, ao encontrar como resultado um número próximo de 2,8 para valores todos acima de 3.

Neste momento também percebemos que a proposta da aula exploratórioinvestigativa requer uma mudança na nossa postura de não responder prontamente às perguntas dos alunos, mas sim levá-los a própria resposta. Nessa ocasião da pergunta sobre a divisão estar correta, a primeira resposta que demos foi um não, e falamos que para dividir números com uma casa decimal basta multiplicar o dividendo e o divisor por 10. Aí que passamos a prestar mais atenção às nossas respostas.

Sobre a forma de medida, deixamos propositalmente aberto o modo de medir para abrir as possibilidades de métodos para medição. A primeira ideia que surgiu foi de um grupo que estava usando o fone de ouvido para marcar o tamanho dos objetos para depois medir com a régua. Depois de pouco tempo os alunos pediram para usar o barbante e quase todos



os outros grupos também começaram a usar imediatamente, aqui notamos claramente a ideia de um comportamento adquirido através da observação de outros.

Apenas um dos grupos insistiu em utilizar um método diferente, eles perceberam que a régua não dobrava as medições ficavam difíceis, então fizeram as medições da régua numa folha sulfite e construíram uma régua flexível. Eles continuaram até pegar um objeto cuja medida do comprimento era muito grande para ser medida com o papel.

Outros problemas em que esbarramos foram algumas dificuldades dos alunos em montar e ler uma tabela. Em pelo menos um grupo durante um momento os alunos leram equivocadamente a tabela e fizeram a divisão D/C, em vez de ao contrário. Tivemos então uma maior atenção neste caso de fazer os alunos identificarem de quais colunas eles deveriam pegar os números. A leitura de tabelas então foi um conceito que não pretendíamos mobilizar, mas que acabamos ensinando, e ao fazer novamente os cálculos pedidos os alunos conseguiram entender a leitura.

Outro ponto que não esperávamos dar tanta atenção foram os erros de medidas. Este assunto surgiu quando grupos que mediam o mesmo objeto encontravam medidas diferentes. Então na socialização foi tomado um bom tempo para falarmos sobre erros experimentais e explicar que naturalmente eles ocorrem e justificam os valores não darem todos iguais. As médias encontradas pelos grupos encontram-se na tabela abaixo com uma casa decimal de aproximação:

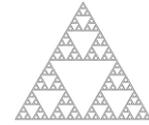
Tabela 1: Valores médios encontrados de C/D pelos grupos.

Grupo	Valor médio de π
1	3,1
2	3,3
3	3,1
4	3,2
5	3,3

Fonte: Autores.

Ainda com relação às medidas, vemos que uma possível origem dos erros experimentais dos alunos é não ter o domínio da definição conceitual de raio, pois ao medi-lo, nem sempre os alunos tentavam passar pelo centro da circunferência. Falta então a definição de que o raio é a corda que passa pelo centro da circunferência. Alternativamente, podemos defini-lo como a maior corda da circunferência, e deixar o exercício prático dos alunos perceberem que a maior corda é aquela que passa pelo centro da circunferência.

Quando passamos para as perguntas, houve um outro momento em que os alunos não sabiam o que responder. Este foi um momento em que tivemos que intervir como perguntas do tipo 'que relações vocês veem na tabela entre o C e o D?' "O que vocês conseguem ver na coluna C/D?" Depois de um tempo intervindo dessa forma, os alunos conseguiram ver que os valores de C/D estavam sempre próximos uns dos outros; alguns deles diziam isso



falando que “dá sempre 3”, ou então “é sempre a mesma coisa”. Em um trecho de áudio, vários grupos começam quase ao mesmo tempo perguntar se o valor encontrado tinha relação com o π . As perguntas eram do tipo “dá sempre 3 por causa do π ?” “Aqui dá sempre 3,1 ou 3,2, e 3,14 é o π , é por causa do π ?” Com isso conseguimos que os alunos da comunidade de prática da escola percebessem uma relação de constância ou de proximidade (de um grupo para o outro variou da forma como escreveram).

O grupo cujas respostas encontram-se na figura 1 foram um dos que deram uma resposta diferente do que imaginávamos. Eles concluíram também que o comprimento da circunferência é maior que o raio, o que está correto, mas é menos preciso do que esperávamos. Nesse ponto sentimos a falta do planejamento de antecipar a resposta dos alunos e prever essas situações em que não sabemos o que responder. Com um preparo adequado, poderíamos dar procedimento ao raciocínio dos alunos perguntando quantas vezes a circunferência é maior que o diâmetro, por exemplo, e chegar numa relação quantitativa entre os dois valores.

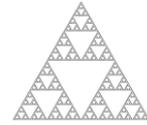
Outra resposta inesperada foi o grupo que encontrou a relação que esperávamos, de que os valores medidos seriam próximos, mas disseram que foi porque as circunferências medidas tinham tamanhos próximos (Figura 2). Neste caso não vimos a resposta até recolhermos todas as folhas de todos os grupos ao fim da aula, mas se houvéssemos previsto esta resposta, poderíamos pedir para os alunos medirem objetos muito grandes, como alguma mesa redonda do pátio.

A postura dos alunos da comunidade de prática da escola durante toda a atividade foi exploratória, buscando durante o tempo da aula fazer as medições sem ao menos saber certeza porque estariam fazendo aquilo. Depois houve uma tentativa de entender o que estávamos buscando com as respostas deles para as perguntas, mesmo sem entender o que “deveriam” responder e ficando depois impacientes porque só fazíamos perguntas. Sobre a nossa postura, também tivemos que nos atentar para não dar respostas prontas para os alunos, e pensar em como fazer perguntas para que os alunos cheguem ao raciocínio.

De forma mais geral, o encerramento da atividade se deu nas aulas de Práticas Pedagógicas em Matemática após a exposição da atividade e sugestões de temas para o artigo final, como encerramento do ciclo de I. Dentre os temas sugeridos pela por toda a comunidade de prática da disciplina composta por formadores mais alunos, escolhemos falar sobre a nossa aprendizagem como alunos e professores em todo esse ciclo, em especial na aplicação da atividade.

6. Conclusão

A execução de atividades exploratórias requer um esforço maior dos aplicadores e uma postura diferente do que se está acostumado em sala. Os professores que não estão acostumados com este tipo de abordagem devem se policiar bastante no começo para não



dar respostas imediatas e se treinar dessa forma a criar maneiras de levar os alunos às respostas.

E mais importante, conseguir dessa forma envolver os estudantes de modo significativo no seu processo de aprendizagem. No geral, na atividade que aplicamos, os integrantes da comunidade de prática em que estava inserida estavam de modo geral envolvidos. A postura investigativa dos professores de aceitarem este tipo de atividade proporciona um melhor conhecimento sobre os seus alunos através da pesquisa sobre os conteúdos abordados em sala e uma melhor relação em sala de aula.

Nesse sentido, a teoria da aprendizagem situada nas comunidades de prática contribuir para a criação de um olhar mais atento à do futuro professor às suas situações cotidianas. A nossa concepção sobre a aprendizagem é complementada pela teoria social da aprendizagem ao mudar o olhar para as práticas cotidianas e propor uma ação sobre elas. Comparando nossas experiências escolares em outras disciplinas com ou sem este tipo de visão, percebemos que conseguimos analisar melhor a nossa proposta de ida à escola, entendendo aspectos que fizemos e foram importantes na aplicação da atividade e pensando aspectos que poderíamos ter feito na escola, isso também devido às práticas de planejamento e análise do *Lesson Study* que foram empregados para tal atividade.

O *Lesson Study* também nos dá grandes contribuições nesse sentido ao propor um maior planejamento e análises das atividades, uma visão investigativa para as próprias práticas e a construção colaborativa das atividades. Tomamos alguns elementos dessa metodologia, como o planejamento e problematização pós-aula, mas claro, num aspecto particular, visto que esses passos foram tomados entre quatro aplicadores da atividade no contexto acadêmico, e não com o professor da escola.

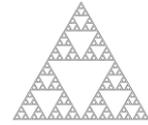
A fase de *Lesson Study* que mais tivemos falhas foi o planejamento, por não termos antecipado as possíveis respostas dos alunos e não termos sistematizado tal etapa. Essa falta de planejamento não interferiu tanto na atividade pois tivemos bastante tempo para aplicá-la (cerca de uma hora e quarenta minutos). Dessa forma, se tivéssemos mais tempo aproveitaríamos a atividade para introduzir outros aspectos relativos à circunferência, como a história do cálculo do valor do pi, relações com outros temas, como área do círculo ou a medida de radianos.

Conseguimos realizar as etapas colaborativamente de planejamento e análise de atividade no contexto da comunidade de Práticas pedagógicas em matemática e até mesmo também durante a aplicação na comunidade de prática daquele 9º ano; a professora da escola estava bem envolvida com a atividade e gostou do aspecto exploratório-investigativo, e se propôs a aplicar a atividade em outra turma. Misturamos, dessa forma, dois contextos diferentes nas etapas do *Lesson Study*, o escolar e o acadêmico.

Consideramos que atingimos o objetivo da atividade proposta na escola visto que os alunos se envolveram na busca das relações que estávamos propondo. Por outro lado,



VI Seminário Nacional de Histórias e Investigações de/em Aulas de Matemática



também tivemos uma postura investigativa sobre nossa própria prática proporcionando uma vasta percepção de aspectos antes durante e após a aplicação que contribuíram para a nossa percepção como futuros professores. Acreditamos que as atividades e abordagens sobre as próprias práticas utilizadas são meios bastante eficientes para enriquecer a formação profissional de estudantes da licenciatura.

Referências Bibliográficas

CARRILLO, J. , GONZÁLEZ, L. C. C , RODRIGUEZ, N. C. , NAVARRO, M. A. M. , ÁVILA, D. I. E. , MEDRANO, E. F. . Didacticas de las matemáticas pra maestros de educacion primária. Madrid, Editora Paraninfo, 2016, p.357.

FIORENTINI, D. CRECCI, V. Problematização de Práticas de Ensinaraprender Durante a Formação Inicial de Professores de Matemática. In: FIORENTINI, CRECCI. Educação Matemática em Revista. Campinas: Sbem, 2016, p.71-p.79.

FIORENTINI, D. Formação de professores a partir da vivência e da análise de práticas exploratório-investigativas e problematizadoras de ensinar e aprender matemática. In: FIORENTINI. Campinas, 2012.

FUJII, T. Designing and adapting tasks in lesson planning: a critical process of Lesson Study. ZDM Mathematics Education (2016). Springer, 2016, p.411-p.423.

LAVE, J. The practice of learning. In: Chaiklin, S. & Lave, J. Understanding practice. Cambridge University Press, 1996, p. 3-35.

LAVE, J.; WENGER, E. Practice, person and social world. In Situated Learning: legitimate peripheral participation, Cambridge, Cambridge University Press, 1991. p. 45-58.

PONTE, J. P. (2003). Investigações sobre investigações matemáticas em Portugal. Investigar em Educação, 2, 93-169.

SAGAN, Carl. O mundo assombrado pelos demônios: A ciência vista como uma vela no escuro. Rosaura Eichenberg. Primeira edição. São Paulo. Companhia de Bolso, 2009, p373.