



**SIMULANDO FENÓMENOS DE PROPORCIONALIDAD DIRECTA:  
APORTES DE UN GRUPO COLABORATIVO**

María Melania Giannone  
meligiannone9@gmail.com

Hugo Damián Cabrera  
dcabrera314@gmail.com

Araceli Coirini Carreras  
aracoirini@gmail.com

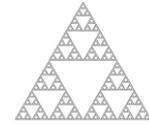
**Resumen:**

El presente trabajo narra una experiencia de aula llevada a cabo en una escuela secundaria de gestión pública de la ciudad de Córdoba, Argentina, durante el año 2014, en un curso de estudiantes de 15 y 16 años de edad. Esta experiencia fue elaborada en el marco de un grupo colaborativo del cual somos parte, dentro de un proyecto de investigación subsidiado por la Secretaría de Ciencia y Tecnología de la Universidad Nacional de Córdoba. El grupo lo conformamos profesores de matemática del Nivel Superior y Nivel Medio y procuramos crear un entorno profesional para reflexionar, compartir, discutir, investigar y escribir sobre nuestras experiencias en la práctica docente. La propuesta de enseñanza se inició con la presentación de un problema que estudia la función de proporcionalidad directa relacionando dos variables: volumen de agua ingresado en un recipiente de sección constante y la altura del nivel de agua alcanzada en éste. Inicialmente, los estudiantes resolvieron diferentes tareas sobre esta función y luego se enfrentaron al desafío de crear una simulación en GeoGebra que represente la situación del problema. En esta narración desarrollamos cómo surgió la propuesta de enseñanza y realizamos una descripción de la misma haciendo énfasis en el uso de las tecnologías. En el recorrido de la narrativa mencionamos los aportes significativos que tiene pertenecer a un grupo colaborativo para nuestro desarrollo profesional, en particular, en el armado de secuencias de actividades.

**Palabras claves:** Educación matemática, tecnologías, simulación, desarrollo profesional.

**Breve historia del grupo colaborativo**

El grupo nació aproximadamente en febrero/marzo de 2014 por la iniciativa de dos profesoras universitarias, Leticia Losano y Mónica Villarreal que se cuestionaban sobre el futuro de los profesores de matemática egresados de la Universidad Nacional de Córdoba en el ejercicio de sus primeros años en las escuelas. Para ello llevaron a cabo un proyecto de investigación para analizar la transición entre la formación inicial y el comienzo del ejercicio profesional en las escuelas de profesores de matemática. A nosotros y tres compañeros más, que habíamos sido alumnos de ellas en el último año de nuestro

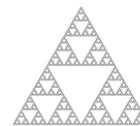


formación, nos invitaron a formar parte de este contexto de investigación, integrando un grupo que se reuniera en la facultad para discutir algunas de las dificultades y desafíos que enfrentan los profesores de matemática que se inician en el ejercicio profesional en las escuelas. A partir de allí, procuramos crear un entorno profesional marcado por el respeto, las comprensiones compartidas y la colaboración.

A mediados del año 2017, se incorporaron dos integrantes más, la pluralidad de experiencias cada vez se vuelve más rica. Contamos con profesores de secundaria, de terciario, universitario, estudiantes de doctorado y doctoras en educación. Nos reunimos cada 15 días para reflexionar, compartir, discutir, investigar y escribir sobre los desafíos que plantean las primeras experiencias en la práctica docente. A lo largo de estos cuatro años hicimos actividades variadas: escribir narrativas, estudiar material, publicar en congresos, armar una página web, escribir un capítulo para un libro. Pero lo que más disfrutamos es preparar actividades para el aula usando tecnologías y modelización.

### **La elaboración de propuestas en el marco del grupo**

Las propuestas de actividades, como la presentada a continuación, son elaboradas por dos o tres miembros del grupo en un proceso de colaboración que involucra varios intercambios dentro del grupo. Antes de su implementación, versiones preliminares de las propuestas son presentadas, discutidas y revisadas por el grupo completo. Este primer intercambio permite realizar numerosas sugerencias así como también problematizar cada una de las actividades planificadas. Luego de estas revisiones, las propuestas son implementadas en el aula. En esta fase de implementación tomamos diversos registros de la experiencia, tales como producciones de los estudiantes y archivos de audio de nuestras reflexiones posteriores a las clases. Finalmente, todo el grupo realiza un análisis posterior a la implementación de cada propuesta. En estos encuentros buscamos reflexionar sobre nuestra propia práctica y sobre la de nuestros compañeros. Esta fase final nos permite, entre otras cosas, identificar las fortalezas y debilidades de las propuestas, formular mejoras en las mismas y analizar los aprendizajes de nuestros estudiantes y también nuestros propios.



### **Descripción breve de la propuesta de enseñanza y aportes del grupo colaborativo**

Antes de empezar a describir la propuesta y los aportes del grupo, consideramos necesario realizar algunas aclaraciones sobre la organización del sistema educativo de Argentina, en especial sobre la educación secundaria. En nuestro país, en particular en la provincia de Córdoba, la escuela secundaria está dividida en dos ciclos: Básico (común en todas las escuelas y de tres años de duración) y Orientado (de carácter diversificado y de tres o cuatro años de duración). Así cada escuela se especializa en un área del conocimiento y los estudiantes comienzan a cursar, además de espacios troncales como Matemática, Lengua y Literatura, Historia, Geografía, etc., espacios curriculares específicos a un área del conocimiento como Ciencias Naturales, Ciencias Sociales y Humanidades, Economía y Administración, Arte, entre otras. En la escuela pública, donde se llevó a cabo la propuesta, la orientación es Desarrollo de Software y para motivar esta área se solicita el uso de tecnologías en todos los espacios curriculares, por lo tanto también en Matemática. Yo, Melania, como formaba parte del grupo colaborativo me sentía apoyada y entusiasmada con la idea de elaborar una secuencia de actividades más innovadora que incluyera las TIC. Decidí trabajar con el tema función de proporcionalidad directa con estudiantes de 15 y 16 años. El principal objetivo era elaborar “programando” una simulación usando GeoGebra, pero estaba perdida en cómo llevar al aula esta idea. En ese momento, el grupo colaborativo tuvo una de las mayores contribuciones: la posibilidad de discutir de manera colectiva los objetivos de la propuesta de aula que presentaría a mis alumnos. Este fue un proceso con idas y vueltas donde, a través del diálogo con el resto de los miembros del grupo, pude ir clarificando hacia dónde quería ir con mis estudiantes. Estaba segura de que buscaba que ellos construyeran una simulación, usando el programa GeoGebra. Esta simulación debía mostrar cómo varía la altura del nivel del líquido en un recipiente de sección constante a medida que se lo ingresa en el mismo y que trazara, simultáneamente, el gráfico de la función que relaciona ambas variables. Si bien tenía esta idea general no encontraba la manera de llevarla al aula: “la idea es que ellos la hagan [a la simulación], que ellos la construyan [...] Tengo que saberla construir, habría que facilitarla porque tiene un montón de cosas” (Acta reunión 27 de mayo de 2014). Este interrogante fue discutido en el grupo, dando origen al siguiente diálogo:



Melania: ¿Cómo hago para que los chicos hagan esa simulación? ¿Y qué hago? ¿Les muestro [la simulación] y les digo: vamos a hacer esto?

Araceli: Yo creo que debería haber un par de actividades antes. Trasladar un punto horizontalmente [usando la herramienta Deslizador], trasladar un punto verticalmente, porque eso lo necesitas. Que varíen las dos coordenadas [se refiere a trasladar un punto sobre una recta no paralela ni perpendicular al eje y].

Leticia: Me parece que hay que buscar eso, hacer la simulación lo más simple que se te ocurra y, en función de eso, ver cuáles son las herramientas que hacen falta.

Araceli: ¿Tu objetivo es que ellos programen algo o que ellos hagan esta actividad donde ves la proporcionalidad en algo especial?

Melania: Hay dos cosas, una construcción [de la simulación] y el contenido de la proporcionalidad directa.

Araceli: Hay que plantearlo de otra forma: ¿cómo enganchás la construcción con que ellos vean que eso varía proporcionalmente? Debería haber una actividad antes.

Leticia: Ellos no van a poder resolver el problema de programarlo si no saben antes qué es lo que está pasando. No van a poder hacer todo junto.

[...]

Melania: Sería mejor [que la propuesta fuese] no para ver proporcionalidad directa, sino para decir que es un ejemplo de aplicación de la proporcionalidad y antes ver proporcionalidad (Acta Reunión 27 de mayo de 2014).

Este diálogo es un ejemplo de las discusiones dentro del grupo y de cómo ellas replanteaban los objetivos y encaminaban el diseño de la actividad. En mi caso, el gran interrogante era si trataba el tema de la proporcionalidad directa antes de plantear a mis estudiantes la construcción de la simulación o si llevaba adelante estas dos actividades simultáneamente. Finalmente, decidí comenzar con un problema que girara en torno al experimento para trabajar con mis alumnos las diferentes representaciones y las propiedades de la función de proporcionalidad directa. Luego, les propuse armar animaciones libres usando GeoGebra<sup>1</sup>. La finalidad que perseguía con estas animaciones era que mis estudiantes se familiarizaran con el programa. Para introducir esta actividad expliqué en qué consistía la herramienta deslizador del programa y fuimos discutiendo cómo utilizarla para mover un punto en diferentes direcciones. Después, ellos continuaron

<sup>1</sup> Las animaciones son dibujos que los estudiantes construyen en GeoGebra para representar una situación escogida por ellos. Parte de los personajes y/o objetos del dibujo se pueden mover usando la herramienta Deslizador, dando la sensación de un dibujo animado.



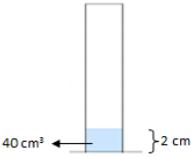
explorando el software a medida que elaboraban sus propias animaciones. En el momento en que las terminaron, les mostré la simulación del fenómeno que pretendía que construyeran y analizamos juntos los elementos matemáticos involucrados. Esta simulación consistía en dos recipientes de sección constante con diferente ancho. A medida que dichos recipientes se “llenaban de agua” se iban dibujando en un sistema de coordenadas las dos funciones de proporcionalidad directa –que relacionaban la altura del nivel de líquido en función del volumen acumulado en cada recipiente–.

A continuación se muestran imágenes de la secuencia de actividades implementada<sup>2</sup>:

**Actividad 1**

Un grupo de alumnos está estudiando la variación de la altura del nivel de agua en un recipiente cilíndrico. Para ello están haciendo un experimento que consiste en colocar agua en el recipiente y medir la altura que alcanzó en él. Los alumnos colocan  $40 \text{ cm}^3$  de agua y la altura del nivel de agua es  $2 \text{ cm}$ . Repiten este procedimiento seis veces, sin vaciar el recipiente, agregando cada vez  $40 \text{ cm}^3$ .

a) ¿Cómo representarías en el dibujo el siguiente paso del experimento?



b) Identifica las variables del experimento, indicando la independiente y la dependiente.

c) Si vos estuvieras registrando los datos del experimento, ¿cómo confeccionarías y completarías la tabla que represente la relación entre las variables?

d) Ingresar la tabla en GeoGebra. Para ello será necesario activar en el programa la hoja de cálculo (Vista → Hoja de cálculo).

e) Dibuja los puntos en el sistema de coordenadas usando la herramienta “Crear Lista de Puntos”.

f) Escribe en cada eje la variable correspondiente con su unidad.

**Actividad 2**

a) Observa y completa la siguiente tabla que representa la relación entre las variables del problema estudiado. Explica con tus palabras cómo lo has hecho.

Volumen de agua ( $\text{cm}^3$ )	Altura del nivel de agua (cm)
0	
40	2
	3
	3,5
80	4
	5
120	6
160	8
200	10
220	
230	
240	12
400	

b) ¿Cuál es la altura que llega si se colocara en el recipiente  $1 \text{ cm}^3$  de agua?

c) Encuentra una fórmula que permita obtener la altura del nivel de agua según la cantidad de volumen que se coloque.

d) Abre el archivo de GeoGebra correspondiente a la actividad 1. Agrega los puntos de la tabla anterior que no están graficados.

e) Ingresar en la barra de entrada de GeoGebra la fórmula encontrada en el ítem c). ¿Qué gráfico se obtiene y qué relación tiene con los puntos ya graficados?

**Continuación de la actividad 2.**

(Se muestra a los estudiantes un archivo de GeoGebra con tres rectas de diferentes inclinaciones. Archivo llamado: ACT. 1 y 2. Proporcionalidad directa.)

f) Si otro grupo de alumnos realiza el mismo experimento y obtiene la recta roja, ¿cómo es este recipiente respecto al primero? Y si hubieran obtenido la recta azul, ¿cómo sería el recipiente?

g) ¿Cómo son las constantes de proporcionalidad de la recta roja y de la recta azul respecto a la original?

h) Si se usara cualquier tipo de recipiente en el experimento, ¿la relación entre las variables sería siempre una función de proporcionalidad directa? Escribe o dibuja un ejemplo.

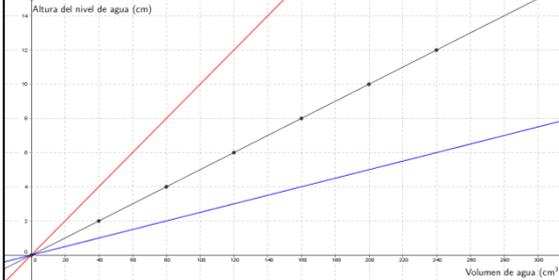
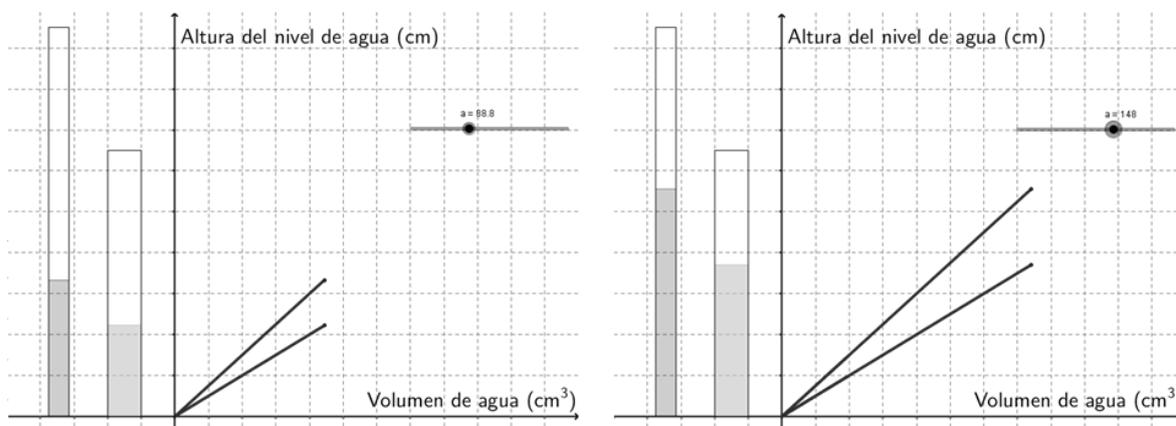
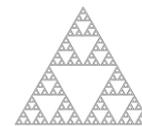


Figura 1: Actividad 1, 2 y continuación de 2 sobre el problema que gira en torno al experimento.

<sup>2</sup> Se encuentra disponible en la página del grupo: <https://grupocolaboramate.wordpress.com/>



**Figura 2:** Simulación del problema que los estudiantes debían elaborar usando GeoGebra.

Al momento de escribir los enunciados de la secuencia de actividades presentada anteriormente, todos detectamos la importancia de su redacción para la clara interpretación de las consignas por parte de los estudiantes. Cada cambio de palabras o de conjugación de verbos era planteado a todo el grupo y se esperaba su aprobación. A veces, hasta bromeábamos diciendo que nuestras reuniones se transformaban en “cursos de redacción de enunciados”. Es importante resaltar que estas arduas discusiones acerca de los enunciados de las actividades surgían por un interés en anticipar las posibles respuestas y/o dificultades de nuestros alumnos. El trabajo se hacía entre todos y todos podíamos colaborar, contábamos con varias miradas sobre una misma situación lo que nos permitía rever toda la propuesta para el aula.

### **Algunas simulaciones elaboradas por los estudiantes**

Las simulaciones producidas por los estudiantes fueron analizadas observando detenidamente el “protocolo de construcción” que ofrece GeoGebra. En todas las simulaciones se observa la utilización de la herramienta “deslizador”. Además todos los estudiantes lograron trasladar un punto utilizando el deslizador de manera que su movimiento determine las dos rectas que debían representar. Por lo tanto, se observa que lograron comprender el significado de la pendiente de una recta. Sin embargo, no todos los

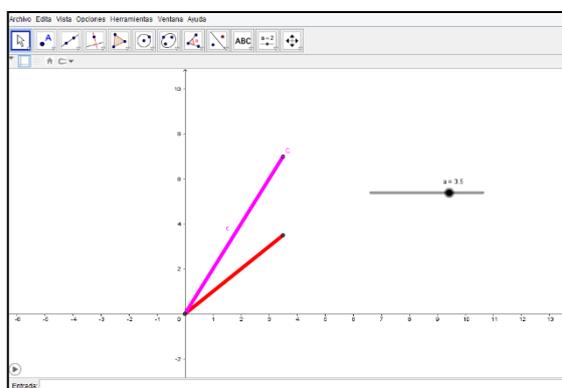


estudiantes pudieron lograr la simulación que había sido mostrada. Se determinaron tres tipos de simulación de acuerdo al grado de realización:

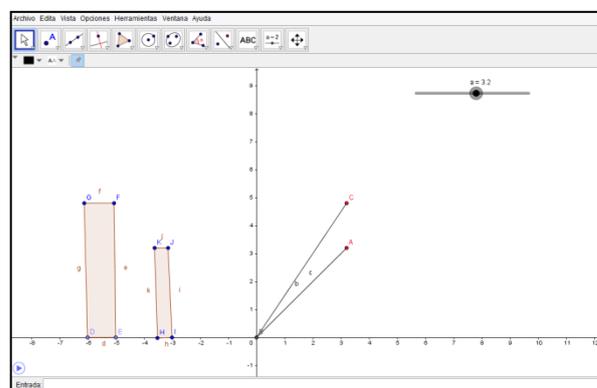
- **Simulaciones tipo 1:** Como se puede observar en la figura 3 esta simulación solo muestra dos rectas que tienen diferentes pendientes y que varían con un único deslizador.

- **Simulaciones tipo 2:** En este tipo de simulaciones se observa lo descrito anteriormente y se representan los recipientes, los cuales mantenían adecuadamente la relación con las pendientes de las rectas (Ver figura 4). En esta construcción se observa que no se realizó la representación de los recipientes, solamente se representó el volumen de agua, el cual dependía del deslizador. Además en el volumen del líquido, representado en 2D por un polígono irregular, los lados opuestos del mismo no son paralelos.

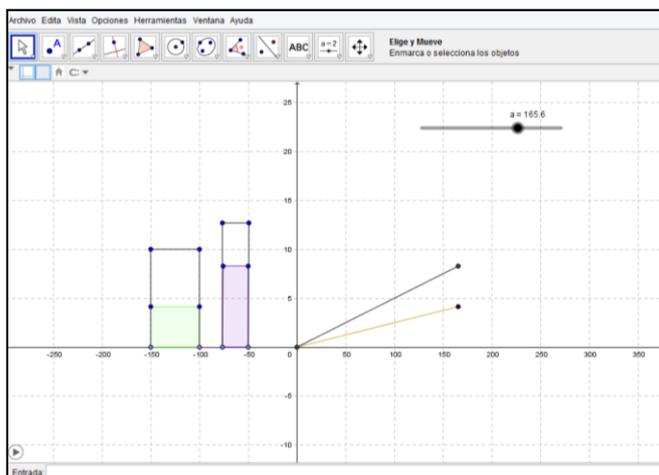
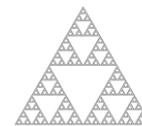
- **Simulaciones tipo 3:** En estas se puede observar la construcción de la simulación como había sido solicitada. La diferencia con la categoría anterior radica en que estos estudiantes realizaron el recipiente y el volumen de agua. Además este volumen varía conforme al deslizador y representa adecuadamente las rectas que modelizan la situación.



**Figura 3:** Simulación tipo 1.



**Figura 4:** Simulación tipo 2.



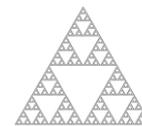
**Figura 5:** Simulación tipo 3.

Para concluir, podemos afirmar que en estas construcciones los estudiantes pusieron en juego conocimientos matemáticos como: coordenadas de puntos, deslizadores, segmentos que varían a partir de un deslizador, construcción de polígonos irregulares, relación de proporcionalidad, entre otros.

### **Reflexiones finales**

Para finalizar, coincidimos que pertenecer a este grupo hace que nuestra transición al ámbito laboral sea más sencilla, principalmente para discutir actividades y elaborar nuevas propuestas para el aula que dejen de lado la enseñanza tradicional. Realizar reuniones de este tipo es muy importante y enriquecedor para nuestro desarrollo profesional y sería ideal contar con este espacio en nuestras escuelas. El grupo nos generó, y nos sigue generando, el deseo y las ansias de recuperar lo vivenciado en nuestra formación inicial. Queremos sumergirnos en la *zona de riesgo* (PENTEADO, 1999), para compartir estas experiencias en el grupo.

Además, debemos agregar que el grupo nos dio la oportunidad de compartir con otros lo que pensamos, reflexionando sobre nosotros mismos y nuestras prácticas docentes. El diálogo constante sobre cada actividad que llevamos al aula nos permite mejorar nuestras formas de enseñar ya que vamos desarrollando una actitud de cuestionamiento permanente en aquello que hacemos: ¿Por qué se hace? ¿Con qué fin? ¿Es necesario? ¿Qué herramientas son útiles? ¿Qué harían los estudiantes?



Queremos comentar que la escuela donde se implementó la actividad comenzó a funcionar en 2014 y, en ese momento, sólo había dos cursos: 1<sup>to</sup> y 4<sup>to</sup> año. Dado que yo, Melania, era la única profesora de matemática no contaba con el apoyo de otro docente de la misma área. A pesar de este trabajo un tanto solitario, reconozco la apertura de la institución al incentivarnos a usar las tecnologías en el aula y la libertad que nos otorga para planificar los contenidos y aprendizajes. Contando con el apoyo de la escuela y del grupo, sentí que podía planificar e implementar de manera agradable y confiada, una secuencia de actividades usando tecnologías.

### Referencias

CABRERA, D.; GARCÍA, C. *Informe Final de MOPE*. FaMAF - UNC., 2012. Recuperado de <http://famaf.biblio.unc.edu.ar/cgi-bin/koha/opac-detail.pl?biblionumber=16669>

COIRINI, A.,; GIANNONE, M. *Proceso de modelización matemática*. Informe Final de MOPE. FaMAF – UNC, 2012. Recuperado de <http://famaf.biblio.unc.edu.ar/cgi-bin/koha/opac-detail.pl?biblionumber=16668>

GIANNONE, M. *Recursos para el aula. Simulando fenómenos de proporcionalidad directa*. FaMAF – UNC, 2015. Recuperado de <https://grupocolaboramate.wordpress.com/proporcionalidad/>

LOSANO, CABRERA, CECCHETTO, COIRINI, COLAZO, GIANNONE. Formación de profesores que enseñan matemática y prácticas educativas en diferentes escenarios. En *Desarrollo profesional de profesores de matemática: experiencias de participación en un grupo colaborativo durante los primeros años de ejercicio docente*. Grupo de Enseñanza de la Ciencia y la Tecnología de la Facultad de Matemática, Astronomía, Física y Computación de la Universidad Nacional de Cordoba. Córdoba, 2017.

PENTEADO, M. *Risk zone: introduction of computers into teachers' practice* (Tesis). Doutorado em Educação Matemática. Universidade Estadual de Campinas, 1999.