

O PENSAMENTO ALGÉBRICO EM ESTRATÉGIAS DE RESOLUÇÕES DE PROBLEMAS DE ALUNOS DO ENSINO MÉDIO

Paulo Ferreira do Carmo
paulo2012carumo@gmail.com

Ana Rebeca Miranda Castillo
anacastillo467@gmail.com

Edson Rodrigues da Silva
professoredsonrodrigues@gmail.com

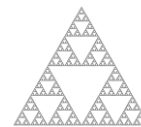
Resumo:

A manipulação de informação em diversos tipos de linguagens se mostra cada vez mais necessária no mundo contemporâneo. A linguagem algébrica se torna significativa para o aluno exercer sua cidadania, seja na organização de seu pensamento e da informação em linguagem simbólica, na resolução de diversos tipos de problemas ou na generalização de padrões em diversas situações. A álgebra na educação básica tem apresentado problemas de ensino e aprendizagem, que são divulgados em diversos indicadores. O objetivo deste artigo é verificar a presença/mobilização do pensamento algébrico presente nas estratégias de resolução de uma atividade de generalização de padrões proposta inicialmente a cinco alunos do Ensino Médio analisando suas resoluções por meio da detecção de indicadores previamente estabelecidos. Neste artigo apresentamos a análise da resolução de um aluno. Utilizamos como referencial teórico as ideias de Fiorentini, Miorin e Miguel (1993); Fiorentini, Fernandes e Cristóvão (2005); Sessa (2005) e Ursini *et al.* (2005). Para a nossa análise utilizamos as categorias para o desenvolvimento do pensamento algébrico adaptadas por Hamazaki (2010) e a metodologia de pesquisa utilizada foi a Análise de Conteúdo desenvolvida por Bardin (2011). De acordo com nossa análise, o aluno demonstrou ter desenvolvido o pensamento algébrico pois, identificamos 9 de 13 indicadores do pensamento algébrico em sua resolução, demonstrando que este tipo atividade favorece o desenvolvimento do pensamento algébrico.

Palavras-chave: Ensino de Álgebra; Pensamento Algébrico; Generalização de Padrões; Estratégias de Resolução de Problemas.

Introdução

A sociedade contemporânea exige dos indivíduos escolhas e tomada de decisões em diversas situações. A Matemática exerce uma função importante para essas tomadas de decisões, mais do que uma simples técnica para efetuar operações e medidas. É necessário organizar o pensamento, estruturar dados e informações, fazer previsões para decidir, avaliar riscos quantitativamente, relacionar os conhecimentos e aplicá-los em novas situações.



É nas escolas que ocorre a formalização do pensamento matemático (aritmético, algébrico e geométrico) por meio de atividades propostas pelo professor de acordo com o currículo. O ensino da álgebra na educação básica tem como objetivo ampliar a capacidade de o aluno resolver problemas com o trabalho de desenvolvimento da linguagem algébrica, como podemos verificar no texto dos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (2000):

O currículo do Ensino Médio deve garantir também espaço para que os alunos possam estender e aprofundar seus conhecimentos sobre números e álgebra, mas não isoladamente de outros conceitos, nem em separado dos problemas e da perspectiva sócio-histórica que está na origem desses temas. Estes conteúdos estão diretamente relacionados ao desenvolvimento de habilidades que dizem respeito à resolução de problemas, à apropriação da linguagem simbólica, à validação de argumentos, à descrição de modelos e à capacidade de utilizar a Matemática na interpretação e intervenção no real (p. 44).

As atividades de generalização de padrões oferecem grande potencial para o ensino da álgebra de acordo com diversas pesquisas (HAMAZAKI, 2010; BRANCO, 2008; ALVARENGA & VALE, 2007; PONTE, 2005).

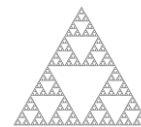
Este artigo tem como objetivo verificar a presença/mobilização do pensamento algébrico presente nas estratégias de resolução de uma atividade de generalização de padrões por um estudante do Ensino Médio analisando sua resolução por meio da detecção dos indicadores do pensamento algébrico (HAMAZAKI, 2010).

O ensino de álgebra e o pensamento algébrico

O início da aprendizagem da álgebra exige abstração e alguma capacidade de reformular o significado e a manipulação dos símbolos usados na aritmética. Nem sempre estas condições se verificam e, para os alunos, a aprendizagem da álgebra é, muitas vezes, mecânica e desprovida de significados (BRANCO, 2008, p. 28). De acordo com Ponte (2005):

Quem não tiver uma capacidade razoável de trabalhar com números e suas operações e de entender e usar a linguagem abstrata da álgebra ficará seriamente limitado nas suas opções escolares, profissionais e no seu exercício de cidadania democrática (p. 3).

De acordo com os documentos oficiais:



O estudo da álgebra constitui uma oportunidade bastante significativa para que o aluno desenvolva e exercite sua capacidade de abstração e de generalização, além de lhe possibilitar a aquisição de uma poderosa ferramenta para resolver problemas (BRASIL, 1998, p.115).

O desenvolvimento do pensamento algébrico por meio do estudo da álgebra é de extrema importância para a efetiva aprendizagem dos alunos, pois amplia sua capacidade de organizar e resolver problemas em diversas áreas do conhecimento. Para Ponte (2005), o pensamento algébrico diz respeito ao aluno:

Compreender padrões, relações e funções (estudo das estruturas); representar e analisar situações matemáticas e estruturas, usando símbolos algébricos (simbolização); usar modelos matemáticos para representar e compreender as relações quantitativas (modelação) e analisar mudanças em diversas situações (estudo da variação) (p. 4).

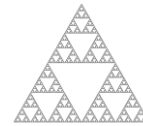
Para Becker e Groenwald (2009):

O pensamento algébrico consiste em um conjunto de habilidades cognitivas que contemplam a representação, a resolução de problemas, as operações e análises matemáticas de situações, tendo as ideias e conceitos algébricos como seu referencial (p. 3).

Para esses autores, o pensamento algébrico deve ser desenvolvido no ambiente escolar e o professor tem a responsabilidade de planejar, aplicar e avaliar estudos desenvolvidos para melhorar a aprendizagem de seus alunos.

Atualmente, os processos de ensino e de aprendizagem de Matemática vêm apresentando diversos problemas, e com a álgebra não é diferente. Pesquisas americanas da década de 1980 apontam que os alunos chegam ao ensino superior com defasagens referentes ao conceito de variável. Em Portugal, pesquisas de 2000 em diante, apontam que os alunos portugueses de educação básica têm dificuldades em interpretar o significado da letra em uma expressão algébrica. Na Argentina, de acordo com Sessa (2005), o ensino da álgebra resume-se em manipulações algébricas sem significados, levando os alunos a diversos problemas de assimilação desse conteúdo. No Brasil, não é diferente, os Parâmetros Curriculares Nacionais destacam: “Nos resultados do SAEB (Sistema de Avaliação do Ensino Básico), os itens referentes à álgebra raramente atingem o índice de 40% de acertos em muitas regiões do país” (BRASIL, 1998, p. 116).

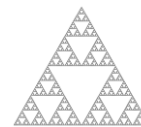
Os problemas de aprendizagem são agravados pelo fato de que o ensino da álgebra não possui significado para os alunos, fazendo com que a vejam como conteúdo



matemático de manipulações de letras sem sentido. Tradicionalmente, o estudo sistemático da álgebra elementar no currículo escolar brasileiro é feito a partir do 7º ano do Ensino Fundamental (FIORENTINI *et al.* 2005, p. 1), com a proposta de desenvolver a linguagem e o pensamento algébrico pelo estudo das equações polinomiais de 1º grau com ênfase nas regras de manipulação para o cálculo da incógnita, sem nenhum significado.

Na pesquisa de Alvarenga & Vale (2007) que tinha como objetivo analisar o trabalho de alunos em tarefas que envolviam a exploração de padrões, assim como as implicações de tais tarefas no desenvolvimento e consolidação de conceitos matemáticos no 5º ano do ensino básico, as pesquisadoras constataram que a atividade de resolução de problemas com procura de padrões e regularidades “é um modo de envolver o aluno e desenvolver alguns componentes do pensamento algébrico, tais como: particularizar, conjecturar, generalizar e simbolizar as relações observadas” (p. 2). As pesquisadoras acompanharam dois alunos do 5º ano de uma escola de ensino básico durante um ano letivo e concluíram que os dois alunos conseguiram desenvolver diferentes capacidades relacionadas com a resolução de tarefas envolvendo exploração de padrões, detectar e descrever, prolongar em termos próximos, calcular valores específicos e dar continuidade na resolução da atividade proposta.

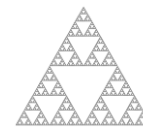
A pesquisa de Branco (2008) teve como objetivo compreender de que modo uma unidade de ensino para o 7º ano de escolaridade baseada no estudo de padrões e regularidades contribuía para o desenvolvimento e mobilização do pensamento algébrico e para a compreensão, em particular, das variáveis e equações, seguindo uma metodologia qualitativa, baseada em estudo de caso. Com base na análise das produções dos estudantes, Branco (2008) concluiu que os alunos desenvolveram a capacidade de generalizar e compreender a letra como número generalizado e também como incógnita (p. 189). No entanto, na resolução de problemas, os alunos deram preferência a métodos aritméticos e apresentaram dificuldades em usar a linguagem algébrica para representá-los. Revelaram um desenvolvimento da compreensão da linguagem algébrica, como o significado dos símbolos e o significado das manipulações de expressões. Mas, a pesquisadora mostrou que essa compreensão é muito frágil e que esse é o primeiro passo de um longo caminho para o desenvolvimento do pensamento algébrico.



Em seu artigo, Ponte (2005) situou os diversos problemas do ensino da álgebra em Portugal e afirmou que, séculos atrás, os objetos fundamentais da álgebra eram as equações e as expressões que os livros didáticos utilizam para iniciação do estudo da álgebra. Hoje em dia, de acordo com o autor, essa visão não vem se apresentando como um caminho eficiente, uma vez que, neste tema, estuda-se todo tipo de estruturas definidas por operações ou relações entre conjuntos. Como estratégia para o ensino, propôs uma terceira via entre atrasar a introdução do simbolismo e impô-lo precocemente, que consiste em introduzir os símbolos e seu uso em contextos significativos no quadro de atividades que mostrem, de forma natural, aos alunos o poder matemático da simbolização e da formalização. Ponte (2005, p. 14) concluiu que, “nos programas de ensino básico e médio em Portugal, a álgebra desaparece, como grande tema da Matemática, ficando reduzida a um conjunto de ‘técnicas’ de cálculos algébricos e ao estudo das funções”. O pesquisador afirma que não se dá atenção ao estudo de padrões e regularidades, nem ao uso do simbolismo em situações reais e contextualizadas, como comprovam os resultados da avaliação internacional PISA (*Programme for International Student Assessment*) dos alunos portugueses analisados por ele nesse artigo. Assim, afirma que há necessidade de se repensar o currículo de álgebra em Portugal.

Para analisarmos a resolução da atividade proposta ao aluno do Ensino Médio e verificarmos a presença/mobilização do pensamento algébrico presente em suas estratégias de resolução, utilizaremos os “indicadores do pensamento algébrico” adaptados por Hamazaki (2010) com base nas ideias de Fiorentini *et al.* (1993); Fiorentini *et al.* (2005) e Ursini *et al.* (2005). De acordo com Hamazaki (2010) o desenvolvimento do pensamento algébrico leva o aluno a apresentar os seguintes indicadores:

1. Perceba e tente expressar relações entre representações numéricas pertinentes a uma situação-problema em um modelo aritmético/algébrico ou geométrico;
2. Estabeleça relações/comparações entre expressões numéricas ou entre medidas;
3. Produza mais de um modelo aritmético/algébrico ou geométrico para uma situação-problema;
4. Produza vários significados para uma mesma expressão;
5. Interprete uma igualdade, como equivalência numérica entre duas medidas ou entre duas expressões;
6. Transforme uma expressão ou representação numérica em outra;
7. Desenvolva algum tipo de processo de generalização;



8. Perceba e tente expressar regularidades ou invariâncias;
9. Perceba a relação de dependência das variáveis;
10. Perceba o uso da variável como incógnita;
11. Perceba o uso da variável como número geral;
12. Perceba o uso da variável como relação funcional;
13. Desenvolva ou crie uma linguagem mais concisa ao expressar uma sentença ou expressão matemática” (p. 37).

A análise que apresentamos neste artigo segue os preceitos metodológicos da Análise de Conteúdo desenvolvida por Bardin (2011), que caracteriza essa metodologia como “um conjunto de técnicas e de análises das comunicações que utiliza procedimentos sistemáticos e objetivos de descrição do conteúdo das mensagens”(p. 44).

De acordo com a autora, o que interessa não é a descrição do conteúdo, mas, sim, no que esse poderá ensinar de acordo com as categorias de análise. Neste artigo utilizamos como categorias de análise os indicadores do pensamento algébrico adaptados por Hamazaki (2010).

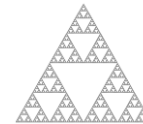
Para Bardin (2011), a Análise de Conteúdo é organizada em torno de três polos cronológicos: pré-análise, exploração do material e tratamento dos resultados. Com base no tratamento dos resultados, pode-se propor as inferências e adiantar interpretações e propósitos dos objetivos previstos ou descobertas inesperadas. Esses resultados podem ser codificados ou categorizados e partir de aí propor as inferências.

A análise será feita de acordo com os modos de resolução desenvolvidos pelos autores deste artigo (pré-análise). Sabemos que as interpretações e resoluções das atividades não são únicas e, portanto, outros pesquisadores podem analisar esta mesma atividade de modo diferente (característica de uma pesquisa qualitativa).

Apresentação e resolução da atividade proposta

Esta atividade foi proposta a 5 alunos do Ensino Médio em 06 de novembro de 2012 com a finalidade de analisar suas estratégias na resolução de problemas para uma atividade solicitada a um dos autores deste artigo pelo professor da disciplina de Didática da Matemática II no PEPG em Educação Matemática da PUC/SP.

A seguir, apresentamos a atividade proposta aos alunos. Trata-se de uma atividade matemática de demonstração de estratégias de resolução de problemas.



A Pizzaria Sole Mio

Na questão você deve explicar detalhadamente o seu raciocínio. Para fazer, você pode utilizar cálculos, palavras ou desenhos.

As figuras mostram duas mesas da Pizzaria Sole Mio, uma com 8 pessoas e 3 pizzas e outra com 10 pessoas e 4 pizzas.

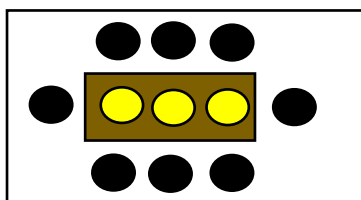


Figura 1

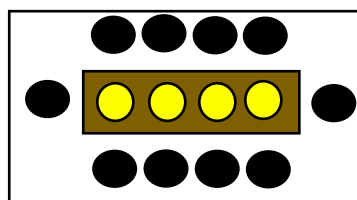


Figura 2

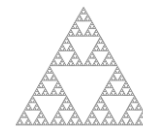
- Sabendo que numa das mesas foram colocadas 10 pizzas, quantas pessoas estariam sentadas?
- E se fossem 31 pizzas, quantas pessoas estariam sentadas nessa mesa?
- João decidiu comemorar o seu aniversário nesta Pizzaria e convidou 57 pessoas. Quantas pizzas terá que encomendar para a sua mesa?
- Escreva uma relação matemática que determine o número de pizzas de acordo com o número de pessoas.

Esta foi a atividade proposta aos alunos, agora vamos apresentar nossa resolução para posterior análise da atividade desenvolvida por um aluno.

De acordo com a figura dá para perceber que sempre há 2 pessoas sentadas nas pontas da mesa e que nos outros lugares sempre há duas pessoas entre uma pizza, por exemplo: para 3 pizzas na mesa, tem-se 3×2 (2 pessoas entre as pizzas) mais 2 (duas pessoas nas pontas da mesa) totalizando 8 pessoas; para 4 pizzas na mesa, tem-se 4×2 (2 pessoas entre as pizzas) mais 2 (duas pessoas nas pontas) totalizando 10 pessoas.

O item a) solicita a quantidade de pessoas sentadas se foram colocadas 10 pizzas sobre a mesa, utilizando o mesmo raciocínio descrito no parágrafo anterior e calculando, ficará assim $10 \times 2 + 2$ totalizando 22 pessoas sentadas.

O item b) solicita a quantidade de pessoas sentadas se foram colocadas 31 pizzas sobre a mesa, utilizando o mesmo raciocínio descrito em nossa resolução no parágrafo anterior ficará assim $31 \times 2 + 2$ totalizando 64 pessoas sentadas.

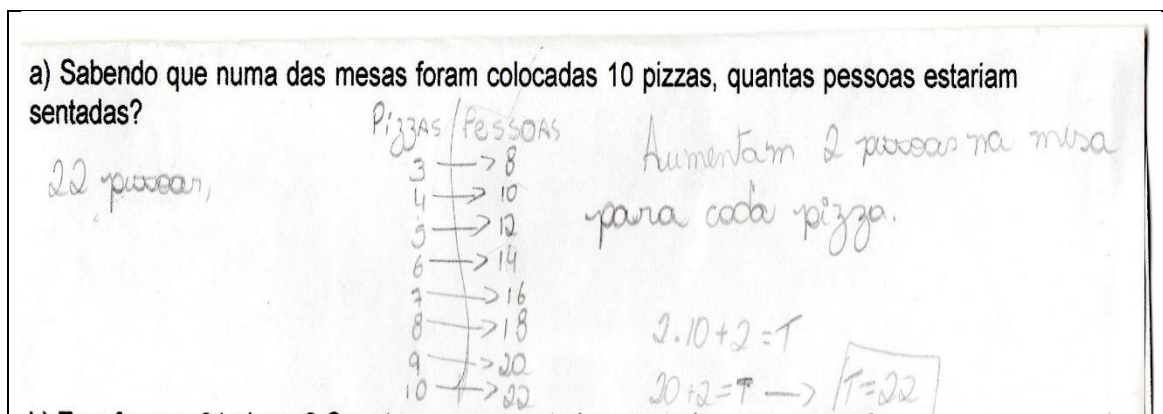


Já no item c) foi solicitado a quantidade de pizzas ao invés de a quantidade de pessoas, invertendo a incógnita a ser calculada neste item. João e 57 convidados totalizando 58 pessoas na mesa, fazendo as operações inversas $(58 - 2) \div 2$ totalizando 28 pizzas. Neste item tivemos como estratégia inverter o procedimento de cálculo para verificar as estratégias dos alunos.

E no item d) foi solicitado uma relação/expressão matemática que determine o número de pizzas (p) de acordo como o número de pessoas (N) que de acordo com nossa resolução será $N = 2.p + 2$. Neste item tivemos a intenção de verificar a utilização da simbologia para apresentar a generalização do problema proposto.

Análise da atividade desenvolvida por um aluno

Escolhemos a resolução da atividade desenvolvida por um dos alunos, para apresentarmos neste artigo. De acordo com os resultados obtidos em nossa resolução apresentaremos a resolução do aluno que chamaremos de André (nome fictício) e analisaremos sua estratégia de resolução utilizando os indicadores do pensamento algébrico (HAMAZAKI, 2010).



a) Sabendo que numa das mesas foram colocadas 10 pizzas, quantas pessoas estariam sentadas?

22 pessoas,

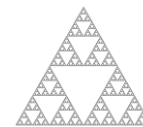
Pizzas	Pessoas
3	8
4	10
5	12
6	14
7	16
8	18
9	20
10	22

Aumentam 2 pessoas na mesa para cada pizza.

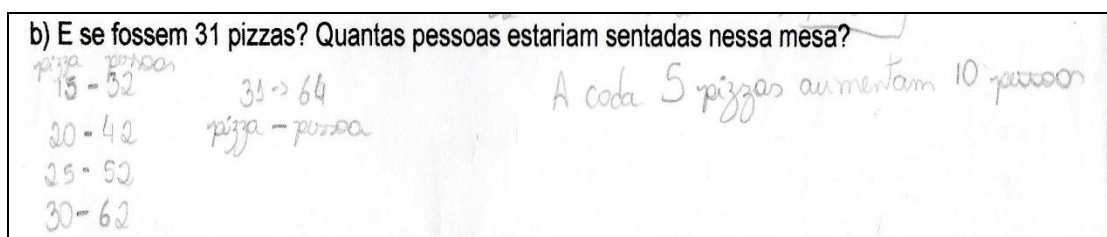
$2 \cdot 10 + 2 = T$
 $20 + 2 = T \rightarrow T = 22$

Protocolo de resolução (item a)

Para organizar seu raciocínio no item (a), André construiu uma tabela relacionando “Pizzas e Pessoas” e escreveu “Aumentam 2 pessoas na mesa para cada pizza” e em seguida apresentou a expressão: $2 \cdot 10 + 2 = T \rightarrow 20 + 2 = T \rightarrow T = 22$. André apresentou, de maneira correta, dois tipos de resolução: uma resolução recorrendo ao uso da tabela e outra ao uso de uma expressão matemática. De acordo com sua resolução podemos verificar que o aluno percebeu e expressou relações entre representações numéricas

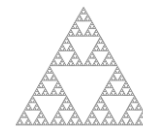


(quantidade de pizzas e número de pessoas) pertinentes à atividade proposta em um modelo algébrico (indicador 1); produziu mais de um modelo aritmético/algébrico (tabela e expressão matemática) para a atividade proposta (indicador 3); transformou uma representação numérica ou expressão em outra representação (tabela e expressão algébrica) para resolver o item (indicador 6); desenvolveu um processo de generalização a partir do momento que escreveu “Aumentam 2 pessoas na mesa para cada pizza” (indicador 7); percebeu regularidade na relação de quantidade de pizzas e número de pessoas de acordo com sua anotação na resolução do item (indicador 8); percebeu a relação de dependência entre a quantidade de pizzas e o número de pessoas sentadas na mesa (indicador 9); calculou o valor da incógnita (número de pessoas para 10 pizzas) de acordo com a atividade proposta (indicador 10); percebeu a relação funcional entre as duas grandezas (indicador 12) e desenvolveu uma linguagem concisa (expressão matemática) para expressar e resolver a atividade proposta (indicador 13). Em sua resolução foram identificados 9/13 indicadores do pensamento algébrico utilizados em nossas análises.



Protocolo de resolução (item b)

No item b) André anotou a seguinte afirmativa “A cada 5 pizzas aumentam 10 pessoas” e preencheu a tabela relacionando “pizza e pessoas” e aumentando a quantidade de pizzas em 5 unidades e o número de pessoas em 10 unidades até chegar no valor mais próximo de 31 pizzas (30 – 62) e depois acrescentou 1 pizza (31 – 64). Neste item André não apresentou uma expressão matemática para resolvê-lo, como fez no item a), mas o resolveu de maneira correta. De acordo com sua resolução podemos verificar que o aluno percebeu e expressou relações entre representações numéricas (quantidade de pizzas e número de pessoas) pertinentes à atividade proposta em um modelo aritmético (indicador 1); desenvolveu um processo de generalização a partir do momento que escreveu “A cada 5 pizzas aumentam 10 pessoas” (indicador 7); percebeu regularidade na relação de quantidade de pizzas e número de pessoas de acordo com sua anotação na resolução do



item (indicador 8); percebeu a relação de dependência entre a quantidade de pizzas e o número de pessoas sentadas na mesa (indicador 9) e percebeu a relação funcional entre as duas grandezas (indicador 12). Em sua resolução foram identificados 5/13 indicadores do pensamento algébrico utilizados em nossas análises.

c) João decidiu comemorar o seu aniversário nesta Pizzaria e convidou 57 pessoas. Quantas pizzas terá que encomendar para a sua mesa?

pizza	pessoa	pizza - pessoa
35	72	
40	82	56 - 114
45	92	57 - 116
50	102	
55	112	

Protocolo de resolução (item c)

No item c) André utilizou a mesma estratégia de resolução utilizada no itens a) e b), construiu uma tabela que foi continuação das tabelas construídas nos itens anteriores, aumentando a quantidade de pizzas de 5 em 5 e o número de pessoas de 10 em 10, de maneira correta, só que André confundiu as grandezas, quantidade de pizzas com número de pessoas, e calculou quantas pessoas estariam sentadas na mesa com 57 pizzas e a pergunta do item era o contrário: “Quantas pizzas João deverá encomendar para comemorar o seu aniversário na Pizzaria Sole Mio se ele convidou 57 pessoas?”. O aluno demonstrou algum tipo de generalização, mas pela sua confusão, apresentou uma resposta incorreta (116 pessoas).

d) Escreva uma relação matemática que determine o numero de pizzas de acordo com o numero de pessoas.

$P = \text{pizza} / T = \text{pessoas}$

$Ex = 100 - \text{pizzas}$

$2 \cdot p + 2 = T$

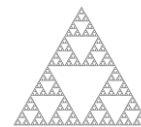
$2 \cdot 100 + 2 = T$

$200 + 2 = T$

$T = 202$

Protocolo de resolução (item d)

No item d) André apresentou a seguinte anotação “P = pizza / T = pessoas” e em seguida escreveu a seguinte expressão “ $2 \cdot p + 2 = T$ ” e apresentou o seguinte exemplo: Ex = 100 pizzas: $2 \cdot p + 2 = T \rightarrow 2 \cdot 100 + 2 = T \rightarrow 200 + 2 = T \rightarrow T = 202$, de maneira correta.

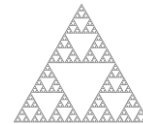


De acordo com sua resolução podemos verificar que o aluno percebeu e expressou relações entre representações numéricas (quantidade de pizzas e número de pessoas) pertinentes a situação problema em um modelo algébrico (indicador 1); desenvolveu um processo de generalização a partir do momento que escreveu a expressão algébrica “ $2.p + 2 = T$ ” e deu um exemplo de cálculo para a quantidade de 100 pizzas (indicador 7); percebeu regularidade na relação de quantidade de pizzas e número de pessoas de acordo com sua anotação no item (indicador 8); percebeu a relação de dependência entre a quantidade de pizzas e o número de pessoas sentadas na mesa apresentando a expressão algébrica “ $2.p + 2 = T$ ” (indicador 9); calculou o valor da incógnita como exemplo para utilização da expressão algébrica apresentada por ele (indicador 10); percebeu a relação funcional entre as duas grandezas e apresentou a função que relaciona as duas grandezas (indicador 12) e desenvolveu uma linguagem concisa (expressão matemática) para expressar e resolver a situação problema (indicador 13). Em sua resolução foram identificados 7/13 indicadores do pensamento algébrico utilizados em nossas análises.

De acordo com nossas análises a estratégia de resolução da atividade desenvolvida por André contemplou 9 dos 13 indicadores do pensamento algébrico (item a) da atividade proposta e diante desta análise podemos afirmar que o aluno André desenvolveu o pensamento algébrico e que este tipo de atividade (atividade de generalização de padrões) favorece o desenvolvimento do pensamento algébrico.

Considerações finais

Ao analisarmos as resoluções de André para os quatro itens que compunham a atividade proposta, constatamos que os indicadores que não foram contemplados não mantinham relação com a atividade, já que não havia a necessidade de estabelecer relações/comparações entre expressões numéricas ou medidas (indicador 2) e não havia a necessidade de interpretar uma igualdade como uma equivalência numérica entre medidas e expressões (indicador 5). Também não foi necessário que o aluno produzisse vários significados para uma mesma expressão (indicador 4), já que a expressão utilizada representava a situação generalizada da atividade proposta. Por fim o uso da variável na atividade proposta é interpretado como uma incógnita (indicador 10) no item “a” e no item



“d”, o que elimina a opção de entender a variável como um número geral (indicador 11) o que corretamente ocorreu.

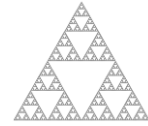
O desenvolvimento do pensamento algébrico nos alunos é um processo que demanda tempo e preparação, não é simplesmente a aplicação de atividades que envolvam o uso de variáveis para representar fenômenos e o trabalho com diferentes linguagens utilizando modelos aritméticos, algébricos ou geométricos que garantem esse desenvolvimento. O trabalho com resolução de problemas que envolvam processos de generalização e que mantenham uma relação com situações significativas para o aluno, desde que devidamente adaptadas para as diversas fases da educação básica, pode levá-los a desenvolver seu pensamento algébrico e desta forma aprimorar os processos de aprendizagem, oferecendo uma poderosa ferramenta para a resolução de problemas e assim a aquisição da oportunidade de exercer sua cidadania.

Referências

- ALVARENGA, D.; VALE, I. A exploração de problemas de padrão: Um contributo para o desenvolvimento do pensamento algébrico. *Quadrante*, XV, I, p. 27-55, Portugal, 2007.
- BARDIN, L. *Análise de conteúdo*. Almedina: Edições 70, 2011.
- BECKER, E. L, GROENWALD, C. L. O. Características do pensamento algébrico de estudantes do 1º ano do Ensino Médio. *X Encontro Gaúcho de Educação Matemática*, 2009.
- BRANCO, N. C. V. O estudo de padrões e regularidades no desenvolvimento do pensamento algébrico. *Mestrado em Educação, Area de especialização em Didática da Matemática. Faculdade de Ciências – Departamento de Educação. Universidade de Lisboa*, 2008.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretária de Educação Básica. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias*. MEC/SEB, 2000.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretária de Educação Básica. *Parâmetros Curriculares Nacionais: terceiro e quarto ciclos do Ensino Fundamental: Matemática*. MEC/SEB, 1998.
- CARMO, P. F. Um estudo a respeito da generalização de padrões nos livros didáticos de Matemática do Ensino Fundamental. 107 f. *Dissertação de Mestrado em Educação Matemática, PUC-SP*, 2014.
- FIorentini, D.; Miorin, M. A.; Miguel, A. Contribuição para um repensar ... a Educação Algébrica Elementar. *Proposições* Vol. 4 nº 1[10], 1993.



VI Seminário Nacional de Histórias e Investigações de/em Aulas de Matemática



FIorentini, D.; FERNANDES, F. L. P.; CRISTÓVÃO, E. M. Um estudo das potencialidades pedagógicas das investigações matemáticas no desenvolvimento do pensamento algébrico. In: Seminário Luso-Brasileiro de investigações matemáticas no currículo e na formação de professores, 2005.

HAMAZAKI, A. C. Análise da situação de aprendizagem sobre equações e inequações logarítmicas apresentada no Caderno do Professor de 2009 do Estado de São Paulo. 132 f. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática, PUC-SP, 2010.

PONTE, J. P. Álgebra no currículo escolar. Educação Matemática. In: XIV Encontro de Investigação em Educação Matemática, Caminha, p. 36-42, 2005.

SESSA, C. Iniciación al estudio didáctico del Álgebra, Orígenes y perspectivas. Formación docente – Matemática. 1ª edição. Libros Del Zorzal, 2005.

URSINI, S.; ESCAREÑO, F.; MONTES, D.; TRIGUEIROS, M. Enseñanza del álgebra elemental: una propuesta alternativa México: Trilhas, 2005.