NÚMEROS IRRACIONAIS. O QUE PENSAM OS LICENCIANDOS EM MATEMÁTICA DA UFRRJ?

Rute Ribeiro Meireles Rocha
rutermrocha@hotmail.com

Dora Soraia Kindel
soraiakindel@yahoo.com.br

Resumo:
Experiência sobre formação de professores que ensinam matemática que apresenta os resultados de uma pesquisa qualitativa realizada em uma turma de graduandos de licenciatura em matemática em um curso noturno, tendo como objetivo a sondagem sobre o conhecimento dos licenciandos em relação aos números irracionais e seu contexto na construção numérica. O questionário de estrutura aberta foi elaborado e aplicado como instrumento para a pesquisa. Os resultados confirmam resultados de pesquisas anteriores que apontam demandas no processo de ensino dos números irracionais. Como reflexões surgiram sugestões sobre a reestruturação do processo de ensino na educação básica e a atenção ao processo de formação inicial dos professores de matemática.

Palavras-Chave: formação inicial, construção numérica, educação matemática.

Introdução

Neste relato de experiência sobre formação de professores que ensinam matemática, apresentaremos os resultados de uma pesquisa qualitativa realizada em uma turma de graduandos de licenciatura em matemática da Universidade Federal do Rio de Janeiro. Esta pesquisa constitui-se parte integrante de uma dissertação de mestrado em desenvolvimento e representa a sondagem inicial sobre o conhecimento prévio dos graduandos sobre a origem, conceito e pertinência do conjunto dos números irracionais.

Configura-se como objetivo a sondagem sobre o conhecimento dos licenciandos em relação aos números irracionais e seu contexto na construção numérica.

Justificando a conveniência desta pesquisa temos as algumas considerações pertinentes.

Ponte, Brocardo e Oliveira (2015) consideram que o conceito de número ocupa um lugar de destaque na Matemática escolar. Desenvolver o sentido de número, ou seja, adquirir uma compreensão global dos números e das operações e usá-la de modo flexível para analisar situações e desenvolver estratégias úteis para lidar com os números e as operações é um objetivo central da aprendizagem da

Matemática. As investigações numéricas contribuem de modo decisivo, para desenvolver essa compreensão global dos números e operações, bem como as capacidades matemáticas importantes como a formulação e teste de conjecturas e a procura de generalizações.

Segundo Pommer (2012) o movimento do ensino direcionado aos aspectos operatórios, exatos, determinísticos e finitos consiste numa tendência que encobre aspectos importantes e significativos envolvendo os números.

Em um artigo apresentado no Congresso de Educación Matemática de América Central y El Caribe, Pietropaolo, Corbo e Campos (2013) apresentam um estudo sobre a imagem conceitual relativa aos números irracionais, constituída por um grupo de professores da rede pública da cidade de São Paulo. Nesta pesquisa os autores afirmam que para abordar os números os números irracionais em suas aulas, um professor precisa de um repertório abrangente de conhecimentos, ou ainda, é necessário que ele tenha à sua disposição uma imagem conceitual bem rica, relativa a esse assunto, a fim de que possa adequar suas instruções aos alunos com os quais está trabalhando e também possa estabelecer conexões entre esse tema e outros conteúdos dominados pelo aluno. Ao examinar as respostas dos professores, os autores concluíram que a imagem conceitual do conjunto dos números irracionais era prevalentemente constituída por noções pertencentes ao campo numérico, contendo, em alguns casos, concepções incorretas, muitas vezes relativas às representações e à classificação destes números. Além disso, os conceitos de incomensurabilidade e de interpretação geométrica dos números irracionais não constavam no repertório de conhecimentos sobre o conteúdo.

Ripoll (2004) realiza observações importantes sobre a definição de irracionais, e levanta apontamentos que merecem atenção, segundo a autora, as caracterizações de número irracional mais encontradas nos livros didáticos para a Escola Básica são as seguintes, divididas em grupos de semelhança: “Um número é irracional se não puder ser escrito na forma a/b com a; b ϵ Z e b não-nulo”. “Irracional é o número que não pode ser escrito na forma de fração", “Irracional é o número cuja representação decimal é infinita e não-periódica”, “Os números irracionais representam medidas de segmentos que são incomensuráveis com a unidade”. Ficam pressupostos o conhecimento da existência de outros números além do universo trabalhado até o momento pelos alunos e também a capacidade de um manejo com tais números que os permitam saber decidir se

ISSN 2318-7948

eles podem ou não ser escritos na forma de fração. Mas, mesmo que trabalhemos sob a premissa que o aluno saiba que existem outros números, temos problemas: Números imaginários não podem ser escritos na forma de fração, e nem por isso são irracionais.

Com base nestas afirmações surgiu a necessidade de reavaliar a prática docente e explorar com afinco as possíveis ferramentas capazes de beneficiar a aprendizagem de tais conteúdos. Para isso um questionário de perfil e sondagem foi elaborado a fim de ressaltar os conhecimentos prévios dos estudantes do curso de licenciatura em matemática.

Experiências

O quantitativo de estudantes inscritos nas disciplinas de Ensino de matemática I e II foi o de 29 matrículas, no entanto no decorrer do curso um aluno se desligou. Mesmo com a inscrição oficial de 28 estudantes apenas 20 responderam o questionário. Uns por estarem ausentes durante os dias em que o mesmo foi aplicado, outros por decidirem não participar da pesquisa. Para tal autorização os estudantes foram orientados a ler e assinar um Termo de Livre Consentimento.

Optamos por dar início ao ciclo 1 com a aplicação de um questionário de perfil e sondagem. Este, contendo perguntas sobre o perfil acadêmico dos licenciandos, sobre seu entendimento sobre investigação matemática e sobre seus conhecimentos prévios sobre números irracionais.

O segundo questionamento objetivou o esclarecimento quantitativo de estudantes que já atuam em sala de aula, tanto como professores, quanto como estagiários, incluímos também os que já possuem habilitação para docência nas séries iniciais. Destacou-se que dos 20 licenciandos 9 já lecionam.

As questões quatro e cinco apresentaram questionamentos referentes aos conhecimentos didáticos e metodológicos, bem como ao entendimento sobre a metodologia de investigação matemática.

Os levantamentos mais pontuais sobre o conceito de números irracionais foram apontados nas questões 5 e 6 e as respostas encontram-se destacadas abaixo:

Tabela1: Origem histórica e indispensabilidade dos números irracionais.

Licenciando	No seu modo de entender, para que servem os números irracionais? Qual é a sua origem?
V- 3º período	*Servem para compreender melhor. Não sei sua origem.*
E- 3º período	*Registram quantidades mínimas após a vírgula. Não sei qual a origem*
J- 6º período	*São números que não conseguimos definir através de frações. Não sei a origem*
R- 10º período	*Lembro dos números irracionais como um grupo à parte. Subconjunto apenas dos números reais.*
D- 8º período	*Na geometria servem para calcular perímetros áreas e volumes. Na álgebra para solução de equações. Sua origem foi na Grécia por Pitágoras.*
J- 13º período	*Para resolver problemas. É utilizado na geometria para o cálculo da área de triângulos "$\sqrt{2}$"*
Sem Identificação	*Para a solução de um problema mais aproximado do real. Não sei a origem.*
L-9º Período	*Os números irracionais servem para dar valores que não se adaptam as classificações quantitativas.*
Jo- 6º período	*Para se estudar a divisão não exata, quando o resultado é uma dízima periódica. Não sei a origem.*
Ju- 6 º ano	*Para um entendimento dos números cujo limite é desconhecido. Originaram-se através do estudo mais complexo dos números.*
Je- 7º período	*Servem para cálculos na geometria e na aritmética. Não conheço a origem.*
B- 11º Período	*Pela necessidade de expressar números onde os números reais não abrangem com exatidão.*
A-12º Período	*Servem para tudo. Começando pela classificação, aqueles que são decimais, infinitos e não periódicos.*
JO-8º Período	*Os números Irracionais são uma representação de números não periódicos infinitos, é um conjunto fundamental para preencher a reta numérica, além disso, para representar raízes não exatas.*
A- 6º período	*Justificar parâmetros que os racionais não podem descrever. Não conheço a origem.*
P- 7º período	*Causar grandes discussões nos séculos XVI e XVII.*
H- 6º período	*Não sei.*
R- 7º período	*Entre os séculos XVI e XVII para auxiliar na geometria.*
D- 8º período	*Para dar uma função a cálculos sem números inteiros. Não me lembro sua origem.*
N- 11º período	*Para resolução de problemas com solução exata. Não tenho noção da origem.*

Tabela 2: Definição e posicionamento do conjunto dos números irracionais.

Licenciando	Como você define o conjunto dos números irracionais? Em que posição, em relação aos outros conjuntos numéricos, os irracionais estão?
V-3º período	*Um conjunto de números mais complicados de trabalhar. Porém necessários.*
E-3º período	*São expressões numéricas que não podem ser representadas em forma de fração. Estão na 4ª posição, após os racionais e dentro dos reais.*
J- 6º período	*Não sei defini-los exatamente*
R- 10º período	*Não lembro desta experiência como aluna. Não tenho experiência em sala de aula.*
D- 8º período	*É o complemento do conjunto dos números racionais*
J- 13º período	*Conjunto complementar dos racionais, não um conjunto a parte, mas tão importante quanto os outros.*
L- 9º PERÍODO	*Números com dízimas periódicas Na relação entre os conjuntos temos : N c Z c Q c (R-I) c R c C.*
Jo- 6º período	*É o conjunto em que os números são dízimas periódicas ou não. Os irracionais estão dentro dos complexos.*
Ju- 6º período	*Como o conjunto dos números cujo limite é desconhecido. Ele pertence aos reais, porém não está contido no conjunto dos naturais, inteiros e racionais.*
Je- 7º período	*Número real não racional, ou seja, que não pode ser representado por fração.*
B-11º Período	*Números onde não conseguimos expressar com exatidão, pois possuem número de casas decimais infinitas, e são explícitos alguns números populares como: raiz de 2, PI e outros, sem maiores explicações.*
A-12º Período	*Todos que não são escritos utilizando frações. Não sei.*
JO-8º Período	*Representações infinitas que não podem ser apresentadas em forma de fração geratriz. Estão contidos em Reais, porém não estão contidos nos racionais.*
A- 6ºperíodo	*Para mim é um número complexo.*
P- 7º período	*Estão fora dos racionais, sua interseção é vazia com os racionais.*
H- 6º período	*Não podem ser escritos na forma fracionária.*
R- 7º período	*Não sei definir. Não sei dizer.*
D- 8º período	*Um subconjunto dos reais. Está relacionada por ser um conjunto a parte dos reais.*
N- 11º período	*Não saberia definir. É um subconjunto dos Reais.*

Reflexões finais

Entre as respostas encontramos aquelas em que os números irracionais exercem a função de instrumento, estratégia ou que se aproximam da extensão algébrica dos conjuntos numéricos, “*para dar valores que não se adaptam as classificações quantitativas”* , “*para calcular perímetros áreas e volumes” ou “para solução de equações”.*

Outras abordagens estão relacionadas a cálculos e resolução de problemas apontando a função de “*estudar a divisão não exata, quando o resultado é uma dízima periódica”, “dar uma função a cálculos sem números inteiros” ou* “resolução de problemas com solução *exata”.*

Outras aplicações dos números irracionais estão relacionadas à axiomatização dos conjuntos numéricos ,com a idéia de limite, de infinito ou de propriedades a que os demais conjuntos não podem satisfazer.

No entanto as respostas de alguns dos licenciandos merecem destaque tanto pela demonstração de dúvida quanto pelo distanciamento da real origem ou definição conceitual dos números irracionais.

Sobre indispensabilidade e origem histórica:

- *Servem para compreender melhor. Não sei sua origem. (V. 3º período)*
- *Registram quantidades mínimas após a vírgula. Não sei qual a origem. (E. 3º período)*
- *Os números irracionais servem para dar valores que não se adaptam as classificações quantitativas. (L- 9º período)*
- *Para se estudar a divisão não exata, quando o resultado é uma dízima periódica. Não sei a origem.(Jo- 6º período)*
- *Pela necessidade de expressar números onde os números reais não abrangem com exatidão. (Be- 11º período)*
- *Para dar uma função a cálculos sem números inteiros. Não me lembro sua origem. (D- 8º período)*
- *Para resolução de problemas com solução exata. Não tenho noção da origem. (N- 11º período).*

Sobre conceito e posição em relação aos demais conjuntos numéricos:

- *Um conjunto de números mais complicados de trabalhar. Porém necessários. (V-3º período)*
- *Não sei defini-los exatamente. (J- 6º período)*
- *Números com dízimas periódicas. (Sem identificação)*
- *É o conjunto em que os números são dízimas periódicas ou não. Os irracionais estão dentro dos complexos.(Jo- 6º período)*
- *Números onde não conseguimos expressar com exatidão, pois possuem número de casas decimais infinitas, e são explícitos alguns números populares como: raiz de 2, PI e outros, sem maiores explicações. (Be- 11º período)*
- *Todos que não são escritos utilizando frações. Não sei. (A- 12º período)*
- *Não sei definir. Não sei dizer .(R- 7º período)*

De forma geral foi possível conceber que as caracterizações de número irracional mais encontradas nos livros didáticos se repetem nas respostas dos licenciandos em um formato de reprodução e raramente preenchido com algum significado real. Além disso, que surgem de forma iterativa os aspectos operatórios, exatos, determinísticos que engessam o conceito numérico e impedem a transcendência da construção numérica em seu formato mais apropriado.

Os licenciandos envolvidos na pesquisa não tiveram à sua disposição, tanto na Educação básica quanto durante o curso de superior, uma imagem conceitual apropriada em relação à construção dos conjuntos numéricos, o que possivelmente prejudicará o futuro processo didático em que estarão envolvidos como professores. Os dados indicam a necessidade intervenções oportunas. Cabe ressaltar que esta pesquisa faz parte de um projeto maior que visa à investigação dos possíveis benefícios de uma formação inicial mais ativa, com a viabilização da relação teoria e prática mais ajustada; bem como da implementação de uma formação continuada mais acessível aos professores de matemática, com o intuito de moderar a demanda por adequação da construção dos conceitos matemáticos.

Referências

CAMPOS, T. M. M.; CORBO. O. ; PIETROPAOLO, R. C. . Os Números Irracionais e seu ensino delineando a imagem conceitual de um grupo de professores. In: Congresso de Educación Matemática de América Central y El Caribe- ICEMACYC, 1. 2013, Santo Domingo, República Dominicana. Anais... Santo Domingo, República Dominicana: IUEI, 2013. 01/11/2016, 18h47min. Disponível em: <i.cemacyc.org>

POMMER, Wagner Marcelo. **A construção de significados dos números irracionais no ensino básico**. 2012. 246 f. Tese (Doutorado) - Curso de Ciências e Matemática, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2012.

PONTE, João Pedro da; BROCARDO, Joana; OLIVEIRA, Hélia. **Investigações matemáticas na Sala de Aula.** 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2015. 159 p. (Tendências em Educação matemática).

RIPOLL, C. C. (2004). A construção dos números reais nos Ensinos Fundamental e Médio. In: II Bienal da Sociedade Brasileira de Matemática, Salvador