



**(RE)CONSTRUINDO SABERES PARA O ENSINO A PARTIR DA PRÁTICA:  
INVESTIGAÇÃO DE CONCEITO E OUTRAS IDEIAS<sup>1</sup>**

Victor Giraldo  
victor.giraldo@gmail.com

Letícia Rangel  
leticiarangel@gmail.com

Fábio Menezes  
professorfabios@gmail.com

Wellerson Quintaneiro  
profmatwellerson@gmail.com

**Resumo:**

A partir de algumas reflexões iniciais da literatura de pesquisa recente sobre a alienação entre formação de professores e prática profissional, discutimos a metodologia de investigação de conceito, proposta por Davis e seus colaboradores, como uma estrutura de estudo coletivo em que professores compartilham suas experiências da prática, com vistas à reconstrução dos próprios saberes de matemática para o ensino. Em seguida, procuramos identificar alguns princípios comuns entre essa e outras propostas que buscam construir modelos de formação de professores que incorporem os saberes emergentes de sua prática profissional. Finalmente, ilustramos a discussão com duas experiências conduzidas no Laboratório de Práticas Matemática para o Ensino (LaPraME) da UFRJ.

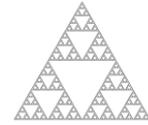
**Palavras chaves:** Investigação De Conceito, Práticas Docentes Compartilhadas, Formação De Professores Que Ensinam Matemática, Matemática Para O Ensino.

**Reflexões Iniciais: em Busca de uma Concepção de Formação Docente**

Nas últimas décadas, a literatura de pesquisa em educação e em educação matemática (e.g. FIORENTINI, OLIVEIRA, 2013; MOREIRA, FERRERIA, 2013; Nóvoa, 2009; TARDIFF, 2000) tem amplamente denunciado a alienação entre os modelos usuais de formação de professores e a prática profissional na educação básica, isto é, esses modelos têm levado pouco ou nada em consideração, os saberes necessários para a prática e, em especial aqueles que *são produzidos e emergem da própria prática*. Por exemplo, Davis, Simmt (2006, p. 298) advertem que os conhecimentos construídos a partir da prática de professores experientes podem não ser sequer reconhecidos como um aspecto legítimo de seu próprio corpo de conhecimentos, e nunca ser considerados como um componente

---

<sup>1</sup> Este trabalho foi produzido no Laboratório de Práticas Matemáticas para o Ensino (LaPraME), grupo de pesquisa vinculado ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática (PEMAT) da UFRJ, com a contribuição de todos os participantes do grupo.



explícito de sua educação profissional formal. Esses autores destacam que “o conhecimento de conteúdo necessário para ensinar não é uma versão diluída da matemática formal” (p. 295). Neste sentido, Moreira, Ferreira (2013) comentam que, embora a importância de uma base matemática sólida para professores seja defendida com frequência, raramente se explicita o que constitui tal solidez ou seus impactos efetivos na prática profissional de professores.

Como Noddings (1992, p. 202) observa, o conteúdo matemático por si só não é suficiente para dar conta da matemática para ensinar, que tem um papel crucial não apenas na pesquisa, mas também nas concepções de formação de professores. A autora afirma que a expressão “conhecimento pedagógico de conteúdo”, cunhada por Shulman (1986), é mais um *grito de guerra político* do que um rótulo para uma categoria de conhecimento (p. 198). De nossa própria ponto de vista, o “grito de guerra político” declarado por Noddings clama pela urgência de uma agenda de ações de natureza política, porém fundamentadas por resultados de pesquisa, para repensar e reconstruir modelos de formação inicial e em serviço de professores que ensinam matemática. Como observamos anteriormente:

Em nossa interpretação, essas reflexões da literatura de pesquisa demarcam uma crítica com respeito à existência de *uma concepção tácita e disseminada de que os saberes necessários para ensinar matemática na escola básica se situam em um lugar externo ao próprio espaço profissional e cultural da sala de aula, e que a autoridade sobre tais saberes cabe a grupos dos quais o professor que atua na escola básica está excluído*. Isto é, caberia a grupos, cujos membros não atuam como professores – e podem, nem mesmo, reconhecer a legitimidade dos saberes emergentes da prática – ditar aos professores como devem ensinar matemática na escola básica. (GIRALDO et al, 2017b)

Nóvoa (2009), apontando outra perspectiva para a questão, defende uma formação de professores *construída dentro da profissão*, o que inclui maior autoridade dos professores em seus próprios processos formativos. O autor propõe cinco propostas de trabalho que, segundo ele, devem inspirar os programas de formação de professores:

Assumir uma forte componente praxica, centrada na aprendizagem dos alunos e no estudo de casos concretos, tendo como referência o trabalho escolar.



Passar para “dentro” da profissão, baseando-se na aquisição de uma cultura profissional e concedendo aos professores mais experientes um papel central na formação dos mais jovens.

Dedicar uma atenção especial às dimensões pessoais da profissão docente, trabalhando essa capacidade de relação e de comunicação que define o tacto pedagógico;

Valorizar o trabalho em equipa e o exercício colectivo da profissão, reforçando a importância dos projectos educativos de escola,

Caracterizar-se por um princípio de responsabilidade social, favorecendo a comunicação pública e a participação profissional no espaço público da educação. (NÓVOA, 2009, p. 1)

Tardif, Lessard, Lahaye (1991) caracterizam *saberes da experiência* como aqueles que brotam da experiência e são por ela validados, incorporam-se à vivência individual e coletiva sob a forma de ‘*habitus*’ e de habilidades, de saber fazer e de saber ser. Em sua essência, esses saberes são mobilizados ao longo da prática docente. Para os autores, o professor deve saber mais do que sua matéria, mas deve também desenvolver um saber prático baseado em sua experiência com os alunos. Por sua própria natureza, esses saberes, que são desenvolvidos *na* e a *partir da* prática do ensinar matemática, são particulares de professores de matemática – e constituem um aspecto fundamental que os caracteriza profissionalmente e os distingue de outras profissões e ocupações que usam matemática.

O pesquisador canadense Brent Davis e seus colaboradores propõem a metodologia de *investigação de conceito* (tradução nossa para o original *concept study*), para formação continuada de professores, como uma estrutura de estudo coletivo em que professores compartilham experiências emergentes de sua prática, visando questionar e (re)construir os próprios saberes de matemática para o ensino (DAVIS, RENERT, 2013, 2014). Assim, em lugar de obedecer a listas de tópicos prescritas pelo julgamento de outros, a construção de saberes de conteúdo matemático para ensinar está fundada em alicerces e estruturas desenvolvidos pelos próprios professores, a partir das demandas de sua própria prática profissional, caracterizando esses saberes como dinâmicos e emergentes.

Este texto está estruturado em três partes. Na seção a seguir, discutimos alguns aspectos centrais da proposta de investigação de conceito. A partir dessa discussão,



procuramos identificar alguns princípios comuns entre essa e outras propostas que buscam construir modelos de formação de professores que incorporem os saberes emergentes de sua prática profissional. Finalmente, ilustramos a discussão com duas experiências conduzidas no Laboratório de Práticas Matemática para o Ensino (LaPraME) da UFRJ, uma voltada para formação inicial e outra para formação em exercício.

## **A Proposta de Investigação de conceito**

### ***Estrutura geral***

Investigação de conceito é uma metodologia para formação continuada de professores de matemática, proposto pelo grupo liderado pelo pesquisador Brent Davis, da Universidade de Calgary, no Canadá. A metodologia se estrutura por meio de discussões coletivas envolvendo grupos de professores, com o foco no conteúdo matemático, a partir de uma questão disparadora inicial e tendo como objetivo o ensino. Basicamente, a ideia é que as experiências trazidas pelos professores participantes a partir de sua prática constituam um eixo norteador para as discussões coletivas e as reflexões sobre os próprios saberes de conteúdo matemático necessários para ensinar. A proposta se inspira em duas noções teóricas anteriores: *concept analysis* (USISKIN et al, 2003), do qual traz o foco na exploração de conceitos matemáticos, envolvendo o rastreamento de suas origens e aplicações, observando as diferentes formas em que aparece dentro e fora da matemática e examinando as várias representações e definições utilizadas para descrevê-lo; *lesson study* (FERNANDEZ, YOSHIDA, 2004), do qual herda a estrutura colaborativa de reflexão e discussão a partir da prática e com vistas a prática.

A questão inicial disparadora da discussão coletiva sempre diz respeito a um conteúdo matemática específico e remete diretamente à prática dos participantes. Esta etapa inicial da metodologia é chamada pelos autores de *percepções* (tradução nossa para o original *realizations*). A partir daí os participantes compõem uma lista de reflexões sobre a questão, que serão desdobradas ao longo de diversos encontros presenciais. Por exemplo, na experiência relatada em Davis (2008) a questão inicial é “*Como o conceito de multiplicação se desdobra ao longo do currículo<sup>2</sup> K-12?*”. A lista de percepções composta pelos participantes é mostrada na figura 1, a seguir.

---

<sup>2</sup> O termo K-12 se refere ao currículo da educação básica, usado nos EUA e algumas regiões do Canadá.

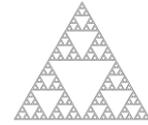


Figura 1: Percepções sobre o conceito de multiplicação.

Multiplication involves ...

- repeated grouping
- repeated addition
- sequential folding
- layering
- the basis of proportional reasoning
- grid-generating
- dimension-changing
- intermediary of adding and exponentiating
- opposite/inverse of division
- stretching or compressing of number-line
- magnification
- branching
- rotating a number line
- linear function
- scaling
- and so on ...

Extraído de Davis (2008).

Segundo os autores, a proposta de investigação de conceito pode se constituir tanto em uma metodologia de formação continuada, em que professores são autores do próprio processo formativo, como em um instrumento para produção de dados para pesquisas sobre saberes de matemática para o ensino. Para este fim, os autores sugerem a identificação de *ênfases* nas discussões coletivas, a partir da qualidade do debate entre os professores. Os autores destacam que a única ênfase pré-fixada corresponde à lista inicial de *percepções*, com papel de disparar a discussão. Não há uma estrutura pré-determinada para as ênfases subsequentes, cuja determinação é emergente dos dados e procura destacar tendências proeminentes no debate sobre o conteúdo, que possam indicar reflexões ou reconstruções de significados nos saberes de matemática para o ensino dos participantes. Por exemplo, em diversos estudos (por exemplo Davis, Renert, 2009), os autores identificam ênfases que, em linhas gerais, podem ser descritas da seguinte forma:

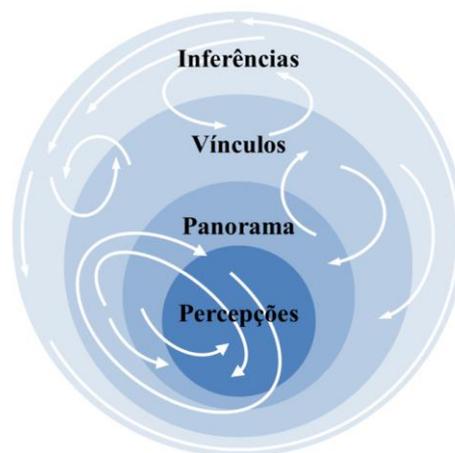
- *percepções (realizations)*: composição da lista inicial;
- *panoramas (landscapes)*: observação de relações entre as percepções sobre o conceito;
- *implicações (entailments)*: observação da relevância dessas relações na matemática de forma mais ampla;
- *combinações (combinations)*: questionamento de concepções prévias;



- *participação (participation)*: reflexões sobre a própria matemática e sobre o ensino de matemática.

Além disso, as ênfases não correspondem necessariamente a etapas temporais sucessivas da investigação de conceito. Isto é, embora as ênfases expressem refinamentos subsequentes nas reflexões sobre o conteúdo matemático para o ensino, o que as determina são tendências proeminentes no debate, e não uma ordem cronológica. Assim, as ênfases podem ir e vir, se interceptar mutuamente e se sobrepor. A figura 2, a seguir, procura representar essa dinâmica das ênfases em uma investigação de conceito.

Figura 2: A dinâmica das ênfases em uma investigação de conceito.



Fonte: Rangel et al, 2015

### ***Uma concepção de matemática para o ensino***

A proposta de investigação se sustenta em uma concepção específica sobre a *matemática para o ensino*. Os autores criticam a pesquisa sobre saberes docentes por dar muito destaque a aspectos individuais e enfoque limitado às relações entre o individual e o coletivo. Isto é, o debate sobre os saberes docentes na literatura de pesquisa abordaria a questão de um ponto de vista essencialmente individual, cujo foco está em como professores, individualmente, constroem ou mobilizam esses saberes; desconsiderando os processos por meios dos quais saberes profissionais docentes são estabelecidos e compartilhados por grupos de professores de matemática, de uma perspectiva cultural.

Os autores também criticam as perspectivas teóricas que procuram estabelecer categorias fixas para os conhecimentos de matemática para o ensino. Para eles, esses saberes



são essencialmente dinâmicos e emergentes da prática profissional, não podendo, portanto, ser descritos por listas prescritivas de conhecimentos. Neste sentido, os autores afirmam que:

Matemática para o ensino compreende uma complexa rede de entendimentos, disposições e competências que não são facilmente nomeados nem medidos. A complexidade imbricada na matemática para o ensino deve ser experimentada – vista, ouvida e sentida. (DAVIS, RENERT, 2014, p.3, tradução nossa)

Com base nessas reflexões, Davis, Simmt (2006) enunciam o princípio organizador fundamental da metodologia de investigação de conceito como o entendimento de que a articulação entre categorias consideradas *mais estáveis* (conceitos matemáticos, currículo) e *mais dinâmicas* (coletividade da sala de aula, entendimento subjetivo) do conhecimento matemático é crucial para o ensino da disciplina. Portanto, é justamente nessa articulação que se estabelece sua concepção de matemática para o ensino (figura 3, a seguir). Assim, os autores consideram que, para professores, o saber sobre *a matemática estabelecida*, associada às categorias mais estáveis, é indissociável do saber sobre *os processos por meios dos quais a matemática é produzida*, associados às categorias mais dinâmicas. Nessa perspectiva para a matemática para o ensino, professores não são agentes periféricos, cuja função é que transmitir passivamente uma matemática estabelecida. Ao contrário, Davis, Renert (2009, p. 45) afirmam que:

Professores são participantes vitais na produção de possibilidades matemáticas, dão forma e substância a matemáticas culturais, isto é, não só à matemática formal, mas também a diversidade de práticas, perspectivas e aplicações culturalmente situadas. (DAVIS, RENERT, 2009, p. 45, tradução nossa)

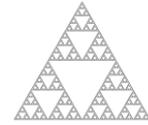
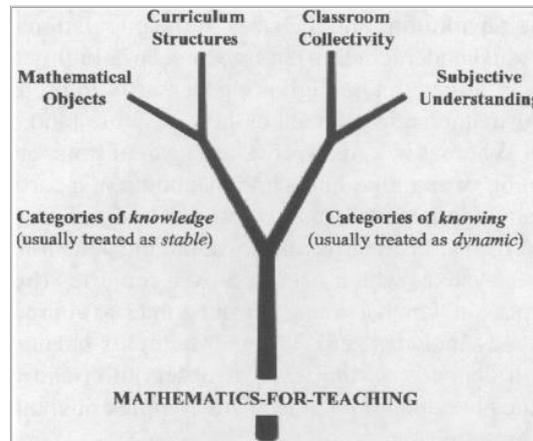


Figura 3: Articulações entre categorias estáveis e dinâmicas do conhecimento matemático.



Fonte: Davis, Simmt (2006)

Assim, os saberes de matemática para o ensino não se caracterizam como algo que os professores adquirem a partir de referências externas ao ambiente cultural da profissão, para somente então pôr em prática, ou aplicar à sua atividade profissional. Ao contrário, a construção desses saberes está inerentemente entrelaçada à prática profissional: os saberes de matemática para o ensino são construídos ao mesmo tempo em que são mobilizados na prática profissional, e se produzem a partir dessa mobilização na prática. Para descrever essa dinâmica, Davis (2012) emprega o termo “*substruct*”, emprestado da construção civil, que significa “reconstruir ou reformar ao mesmo tempo que se usa”.

Em Davis (2012), são enunciados de quatro pressupostos que orientam a metodologia de investigação de conceito:

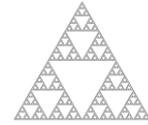
No aspecto individual, entendimentos de conceitos matemáticos e concepções de matemática são emergentes.

No aspecto cultural, professores são os participantes vitais na produção da matemática, principalmente por meio da seleção e da ênfase preferencial dada a interpretações particulares.

Como aspecto coletivo social, os saberes de matemática dos professores são amplamente tácitos, mas elementos cruciais desses saberes podem ser questionados em grupo.

Saber individual e saber coletivo não podem ser dicotomizados.

(DAVIS, 2012, p. 6, tradução nossa)



Em Davis, Rener (2014, p. 3-4), os autores descrevem a matemática para o ensino da seguinte forma:

Matemática para o ensino é uma forma de se relacionar com o conhecimento de matemática que possibilita ao professor estruturar situações de aprendizagem, interpretar conscientemente as ações dos alunos e ter flexibilidade para responder, de modo que permita aos alunos estender entendimentos e expandir o alcance de suas possibilidades de interpretações. (DAVIS, RENER, 2014, p. 3-4, tradução nossa)

### **Alguns princípios comuns para a formação inicial e continuada de professores que ensinam matemática**

A metodologia de investigação de conceito constitui um exemplo dentre diversas propostas (e.g. ESTEVAM, CYRINO, 2016; FIORENTINI, CARVALHO, 2015; NACARATO, GRANDO, COSTA, 2009) que procuram problematizar e propor alternativas para os modelos usuais de formação inicial ou continuada de professores que ensinam matemática, considerando a construção de saberes de matemática para o ensino de forma integrada à prática profissional docente. Tendo como base a discussão sobre a metodologia de investigação de conceito desenvolvida acima, apresentamos, nesta seção, alguns esboços de reflexões sobre seis possíveis princípios comuns compartilhados por grande parte dessas propostas:

1. *Saberes sobre a matemática estabelecida não podem ser dissociados de saberes sobre seus processos produção.*
2. *Professores tem um papel crucial nos processos de produção de matemática(s).*
3. *Saberes profissionais docentes são dinâmicos e emergentes, não podendo ser reduzidos a listas prescritivas pré-estabelecidas.*
4. *A construção de saberes profissionais docentes deve se dar a partir da própria prática.*
5. *Professores devem ter um papel de autoria na construção dos próprios saberes.*
6. *O trabalho coletivo de professores tem um papel crucial na construção de uma cultural profissional docente.*



Relacionamos brevemente essas reflexões com perspectivas teóricas de outros autores. Consideramos que a relevância desta discussão está na possibilidade da produção de subsídios teóricos que sustentem a proposição de metodologias de formação de professores adequadas cada contexto formativo.

***Saberes sobre a matemática estabelecida não podem ser dissociados de saberes sobre seus processos produção***

Não é raro que se aponte uma dicotomia entre as chamadas “matemática acadêmica” e “matemática escolar”. A academia seria vista como um lugar em posição hierárquica superior, que ditaria *o que é* conhecimento matemático e *como* este deve ser ensinado na escola, cuja função seria restrita a simplificar e difundir passivamente esse conhecimento, sem interferência ativa em seus processos de produção. Tal dicotomia seria, portanto, responsável por diversos obstáculos do ensino de matemática na escola básica.

A nosso ver, essa questão carece de uma reformulação. Outra dicotomia que merece mais atenção se estabelece entre os paradigmas da matemática *problematizada* e *não problematizada* (GIRALDO, ROQUE, 2014). A *matemática não problematizada* corresponde a uma concepção da matemática como um corpo homogêneo de conhecimento, pronto e imutável, pura e apolítico, que sempre foi e sempre será da forma que é hoje, e que apenas se aperfeiçoa linearmente de um estado “mais primitivo” para um estado “mais avançado”. A matemática *problematizada*, em contrapartida, é uma concepção da(s) matemática(s) a partir de diversas práticas sociais, que põe em evidência as diversas condições culturais e políticas que determinam seus processos de produção. Como observamos em Giraldo et al (2017) o paradigma da matemática não problematizado tem dominado suas formas de exposição, tanto na escola como na academia – e muitos dos obstáculos identificados em seu ensino podem ser mais bem entendidos a partir desta reflexão.

Deve-se, portanto, buscar metodologias de formação de professores que apresentem a matemática de forma *problematizada*, em que os saberes sobre a matemática estabelecida não sejam dissociados de seus processos culturais de produção.

***Professores tem um papel crucial nos processos de produção de matemática(s)***

Klein (1908) considera que não há hierarquia ou diferença de valor entre as partes elementares e avançadas da matemática. De fato, o autor se refere ao estabelecimento desta



hierarquia como *um obstáculo a ser vencido*. Para Klein, de uma perspectiva histórica, a escola tem um papel tão central quanto a academia na produção do conhecimento matemático: estabelecer um terreno cultural que determinará caminhos segundo os quais novos conhecimentos serão produzidos. Entretanto, para contextualizar a perspectiva do autor, é preciso entender seu lugar de fala. O interesse de Klein pode ser descrito da seguinte maneira: *como deve ser o ensino de matemática na escola básica para propiciar o progresso da matemática como ciência da melhor forma possível?* Embora reconheçamos a relevância de preocupação de Klein, consideramos que a educação básica deve ser orientada para o desenvolvimento social de forma mais ampla.

Assim, consideramos que metodologias de formação de professores deve considerá-los não como disseminadores de uma versão simplificada da matemática produzida na academia, mas como atores cruciais nos próprios processos de produção de práticas matemáticas, situadas em contextos culturais diversificados.

***Saberes profissionais docentes são dinâmicos e emergentes, não podendo ser reduzidos a listas prescritivas pré-estabelecidas***

Na literatura de pesquisa em formação de professores podem ser identificados trabalhos com orientações teóricas consideravelmente distintas. Alguns trabalhos, com tendência mais estruturalista, procuram determinar modelos pré-fixados e estáveis para aquilo que o professor deve saber, e avaliar se os professores atingem ou não esses modelos, ou aquilo que faltaria a eles para atingi-los. Outros trabalhos, assim como o de Davis e seus colaboradores, consideram os saberes docentes como dinâmicos e emergentes da prática profissional, portanto, não podem ser abarcados por tais modelos. Alinhamo-nos com tal tendência, considerando que as metodologias de formação de professores devem se sustentar em referências teóricas que não considerem seus saberes docentes de uma perspectiva de falta, mas sim do ponto de vista de processos de produção dos quais os próprios professores sejam protagonistas.

***A construção de saberes profissionais docentes deve se dar a partir da própria prática***

Cochran-Smith, Lytle (1999) identificam três concepções distintas sobre saberes docentes (veja também Fiorentini, Crecci, 2016). O *conhecimento-para-prática* considera que acadêmicos e especialistas geram os conhecimentos formais e teorias, para que



professores aprendam e utilizem ou apliquem na prática. Neste caso, os espaços de aprendizagem profissional são cursos e oficinas conduzidos por especialistas da universidade. Na concepção de *conhecimento-na-prática*, os conhecimentos para o ensino são de natureza exclusivamente prática e, portanto, só podem ser aprendidos tacitamente na prática. Porém, o conhecimento pode se tornar naturalizado e reprodutivo, inibindo transformações na prática docente. Consideramos que metodologias de formação de professores devem se apoiar mais fortemente na terceira concepção identificada pelas autoras – o *conhecimento-da-prática*, segundo a qual conhecimentos para o ensino não podem ser dissociados em teóricos e práticos, e são produzidos quando os professores consideram suas próprias práticas como objeto de investigação intencional. Os professores produzem o conhecimento no *locus* da prática, trabalhando em comunidades de investigação, em que teorizam a partir da prática, e praticam essas teorias.

***Professores devem ter um papel de autoria na construção dos próprios saberes***

Na proposta de investigação de conceito, os rumos do processo formativo são determinados pelos próprios professores participantes, a partir de suas necessidades de prática, e não por atores externos ao ambiente cultural da profissão. De forma semelhante, Nóvoa (2009) defende uma formação de professores construída dentro da própria profissão, o que inclui uma atuação de maior autoridade de professores em exercício profissional na escola básica na formação de futuros professores.

***O trabalho coletivo de professores tem um papel crucial na construção de uma cultura profissional docente***

A importância de comunidades de estudo coletivo na formação de professores tem sido amplamente defendida na literatura de pesquisa da área, a partir de diferentes referenciais teóricas. Entretanto, consideramos que mesmo em estruturas de estudo coletivo, o foco pode estar mais orientado para o desenvolvimento individual do que para as relações entre o individual e o coletivo, de uma perspectiva cultural. Para Nóvoa (2009), formar um professor é *introduzir alguém na cultura da profissão*. Sendo assim, consideramos que metodologias de formação de professores devem se pautar não apenas na contribuição do grupo para o desenvolvimento profissional de cada membro individualmente, mas sobretudo no estabelecimento de uma cultura da profissão, por meio da construção saberes



compartilhados, e na autopercepção de cada participante como membro e uma comunidade que compartilha essa cultura.

### **Experiências do Laboratório de Práticas Matemáticas para o Ensino**

O Laboratório de Práticas Matemáticas para o Ensino (LaPraME) é um grupo de pesquisa em formação de professores que ensinam matemática vinculado ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da UFRJ. Nesta seção, relatamos brevemente duas experiências de formação de professores, orientadas pelos princípios enunciados na seção anterior. A primeira é uma experiência de investigação de conceito com formação continuada. Na segunda, voltada para formação inicial, professores da escola básica lecionam disciplinas do curso de Licenciatura de forma compartilhada com professores da universidade.

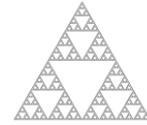
#### ***Uma experiência com investigação de conceito em formação continuada***

Detalhes da metodologia e dos resultados da experiência relatada nesta subseção podem ser encontrados em Rangel et al (2014, 2015) e em Giraldo et al (2015). A experiência seguiu a metodologia de investigação de conceito, a partir da seguinte questão disparadora: *O que é fundamental no que ensinamos sobre números racionais na escola básica?* A lista de percepções construídas pelos professores é mostrada na figura 4, a seguir.

Figura 4: percepções.

Lista Percepções
<i>"O que é elementar no ensino e na aprendizagem de números racionais?"</i>
<ul style="list-style-type: none"><li>▪ História (*)</li><li>▪ Conceito de medida</li><li>▪ Unidade → <i>Qual é a unidade? e O que unidade?</i></li><li>▪ Conceitos anteriores → Números Naturais e Números inteiros ← <math>p/q</math> (na definição)</li><li>▪ Representação desses números:<ul style="list-style-type: none"><li>▪ Decimal → aplicação prática: dinheiro</li><li>▪ Fracionária</li><li>▪ Gráfica</li><li>▪ Finito/exato ou infinito, dízima</li><li>▪ Número misto</li></ul></li><li>▪ Relacionar as várias representações</li><li>▪ Compreender décimos, centésimos e milésimos</li><li>▪ Construção da reta numerada ← Construção dos Números (até reais)</li><li>▪ Conceito do que é divisão → A compreensão da operação de divisão é fundamental para a compreensão, por exemplo, da representação decimal.</li><li>▪ Fração x Razão x Números racionais (*)</li><li>▪ Frações equivalentes, simplificação de frações e frações irredutíveis</li><li>▪ Comparação e ordenação</li><li>▪ Inexistência de sucessor/antecessor → Densidade dos racionais → infinito (*)</li><li>▪ Operações → Forma decimal e forma fracionária</li><li>▪ Inverso multiplicativo</li><li>▪ Ideias associadas às frações → parte/todo, quociente, razão e operador (PCN)</li><li>▪ Porcentagem → Atrrelada ao conceito de fração</li><li>▪ Abordar as frações em universos discretos e em universos contínuos</li></ul>
(*) – Não são tópicos relativos diretamente à escola básica.

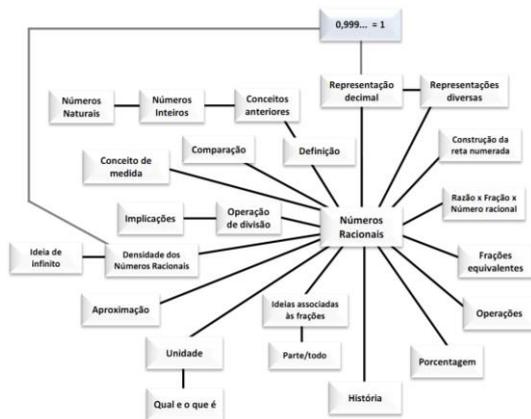
Fonte: autores.



Além das percepções foram identificadas outras três ênfases, descritas a seguir. Diagramas representando resumidamente os saberes mobilizados nas ênfases *panoramas* e *vínculos* são mostrados nas figuras 5 e 6.

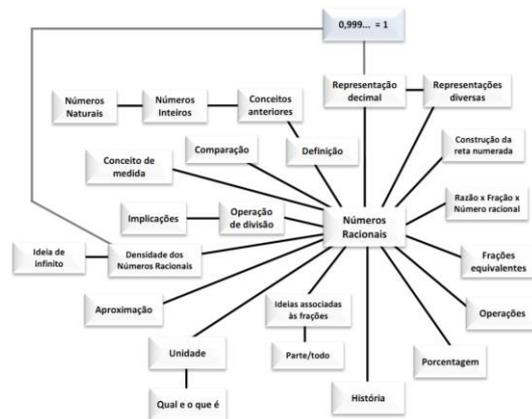
- *Panoramas*: caracterizada por discussões abordando aspectos matemáticos do conceito de número racional que têm características estruturantes na compreensão do próprio tema.
- *Vínculos*: caracterizada por discussões envolvendo conexões matemáticas ampliadas em alcance e em complexidade e que não se limitaram ao contexto dos números racionais.
- *Inferências*: com natureza bastante diferente das outras ênfases, busca evidenciar mudanças de atitudes dos professores participantes ao longo do estudo coletivo.

Figura 5: *panoramas*.



Fonte: autores.

Figura 6: *vínculos*.



Fonte: autores.

***Práticas docentes compartilhadas: uma experiência em formação inicial***

Na metodologia de investigação de conceito, as experiências das práticas dos professores participantes constituem o eixo norteador para a (re)construção de seus próprios saberes de matemática para o ensino. No caso da formação inicial, coloca-se então naturalmente a questão (e o desafio) de *como incorporar a perspectiva sobre a prática*. Um possível caminho (porém não o único) é por meio da participação de professores experientes na formação de futuros professores, o que também é consonante com as recomendações de Nóvoa (2009).

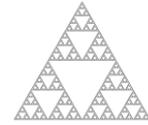


Esta reflexão está na base da proposta de *práticas docentes compartilhadas*, em que *disciplinas do curso de Licenciatura em Matemática são ministradas de forma compartilhada por um professor da universidade e um professor da escola básica*. A proposta foi idealizada pelo LaPraME e implantada no curso de Licenciatura em Matemática da UFRJ a partir de 2015. A ideia é que os dois professores compartilham todas as etapas da disciplina (incluindo planejamento das aulas, condução das aulas presenciais e das atividades a distância, elaboração e correção das avaliações), e que o conteúdo matemático seja discutido de forma articulada, dos pontos de vista da matemática acadêmica e da prática profissional docente.

A proposta tem um objetivo institucional, que é *incorporar saberes emergentes da prática profissional como uma componente formal da formação inicial de professores*. Assim, para que os saberes emergentes da prática sejam reconhecidos institucionalmente como um aspecto do corpo disciplinar da formação inicial de professores, considerou-se politicamente fundamental aprovar a proposta como uma componente formal do curso.

Além disso, encontra-se em desenvolvimento no contexto da proposta um projeto de pesquisa amplo, cujos focos são: (1) expectativas de alunos de licenciatura participantes, com respeito às aulas ministradas pelos dois professores e, em especial quanto ao papel do professor da escola básica na experiência; (2) dinâmica das interações entre os atores envolvidos (professor da escola, professor da universidade, alunos de licenciatura); (3) saberes docentes profissionais mobilizadas na experiência. Um relato de um estudo piloto e resultados de um estudo principal podem ser encontrados, respectivamente, em Giraldo et al (2016, 2017a). Como observamos anteriormente:

Não se trata meramente da inclusão de um sujeito – professor da educação básica – com o estatuto de um “auxiliar” do professor da universidade, mas sim com um papel de autoridade sobre saberes que são próprios de sua atividade profissional, e cuja legitimidade é reconhecida institucionalmente. Tampouco se trata de incluir a participação do professor da escola básica com um tipo de participação que ele poderia ter sozinho em outro espaço, como na orientação de estágio na escola, por exemplo. Trata-se da possibilidade de viabilizar, de forma colaborativa, reflexões sobre a matemática escolar de um ponto de vista acadêmico, assim como sobre a matemática acadêmica de um ponto de vista escolar –

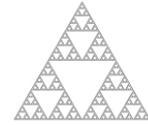


perspectiva para a qual a estrutura de docência compartilhada oferece uma alternativa de concretização. (GIRALDO et al, 2017a)

Consideramos, assim, que a proposta se alinha com a concepção de *conhecimento-da-prática* identificada por Cochran-Smith, Lytle (1999), uma vez que saberes da prática são apresentados aos participantes como objetos de investigação, a partir de articulações entre escola e academia. Desta forma, um aspecto tão importante quanto a incorporação de saberes da prática é a *docência compartilhada* em si, que contribui para o estabelecimento de uma cultura profissional, por meio do compartilhamento de experiências e de saberes entre os atores participantes. Além disso, a estrutura de docência compartilhada relativiza a centralidade do professor como detentor único de um saber inquestionável, e estabelece uma nova topologia no ambiente da sala de aula, em que ocorrem diversos múltiplos de trocas de saberes, e todos os atores assumem, em certa medida papéis de professores e de aprendizes.

### Referências

- COCHRAN-SMITH, M.; LYTLE, S. Relationships of knowledge and practice: teacher learning in communities. *Review of Research in Education*, London, n. 24, p. 249-305, 1999.
- DAVIS, B. Is 1 a prime number? Developing teacher knowledge through concept study. *Mathematics Teaching in the Middle School* (NCTM), v. 14, n. 2, p. 86-91, 2008.
- DAVIS, B.; SIMMT, E. Mathematics-for-teaching: An ongoing investigation of the mathematics that teachers (need to) know. *Educational Studies in Mathematics*, v. 61, n. 3, p. 293-319, 2006.
- DAVIS, B.; RENERT, M. Mathematics for teaching as shared, dynamic participation. *For the Learning of Mathematics*, v. 29, n. 3, p. 37-43, 2009.
- DAVIS, B.; RENERT, M. Profound understanding of emergent mathematics: broadening the construct of teachers' disciplinary knowledge. *Educational Studies in Mathematics*, v. 82, n. 2, p. 245-265, 2013.
- DAVIS, B.; RENERT, M. *The Math Teachers Know – Profound understanding of Emergent Mathematics*. New York: Routledge, 2014.
- ESTEVAM, E. J. G.; CYRINO, M. C. C. T. Comunidades de Prática como contexto para o desenvolvimento profissional docente em Educação Estatística. *Educação Matemática Pesquisa* (Online), v. 18, p. 1291-1317, 2016.
- FERNANDEZ, C.; YOSHIDA, M. *Lesson study: a Japanese approach to improving mathematics teaching and learning*. Mahwah: Lawrence Erlbaum Associates, 2004.



- FIORENTINI, D.; CARVALHO, D. L. O GdS como locus de experiências de formação e aprendizagem docente. In: Fiorentini, D.; Fernandes, F.; Carvalho, D. L. (Orgs.), *Narrativas de Práticas e de Aprendizagem Docente em Matemática*, p. 13-37. São Carlos: Pedro & João Editores, 2015.
- FIORENTINI, D.; CRECCI, V. Interloquções com Marilyn Cochran-Smith sobre aprendizagem e pesquisa do professor em comunidades investigativas. *Revista Brasileira de Educação*, v. 11, n. 65, p. 505-524, 2016.
- FIORENTINI, D.; OLIVEIRA, A. T. O lugar das matemáticas na licenciatura em matemática: que matemáticas e que práticas formativas? *Bolema*, Rio Claro, v. 27, n. 47, p. 917-938, 2013.
- GIRALDO, V.; ROQUE, T. História e tecnologia na construção de um ambiente problemático para o ensino de matemática. In: ROQUE, T.; GIRALDO, V. (Orgs.). *O Saber do Professor de Matemática – Ultrapassando a Dicotomia entre Didática e Conteúdo*, p. 9-37. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2014.
- GIRALDO, V.; RANGEL, L.; QUINTANEIRO, W.; MATOS, D. Matemática Elementar e Investigação de Conceito: Estabelecendo Relações. Anais do VI SIPEM, 2015.
- GIRALDO, V.; MENEZES, F.; QUINTANEIRO, W.; BRASIL, C.; MATOS, D.; MOUSTAPHA, B.; DIAS, U.; COSTA NETO, C.; RANGEL, L.; KENIICHI, M. Práticas docentes compartilhadas: reconhecendo o espaço da escola na licenciatura em Matemática. *Educação Matemática em Revista*, v. 49A, p. 52-60, 2016.
- GIRALDO, V.; MENEZES, F.; MANO, V.; QUINTANEIRO, W.; RANGEL, L.; MATOS, D.; MELO, L. Construindo conhecimento matemático para o ensino: uma experiência com práticas docentes compartilhadas. In M. Cyrino (Ed.). *Temáticas emergentes de pesquisas brasileiras sobre a formação de professores que ensinam matemática: desafios e perspectivas*, SBEM, 2017a (no prelo).
- GIRALDO, V.; QUINTANEIRO, W.; MOUSTAPHA, B.; MATOS, D.; MELO, D.; MENEZES, F.; DIAS, U.; COSTA NETO, C.; RANGEL, L.; CAVALCANTE, A.; ANDRADE, F.; MANO, V.; CAETANO, M. O. Laboratório de Práticas Matemáticas para o Ensino. RIPEM, 2017b (no prelo).
- KLEIN, F. *Matemática Elementar de um Ponto de Vista Superior*. Volume I, Parte I: Aritmética. Lisboa: SPM, 2009 (edição original: 1908).
- MOREIRA, P. C.; FERREIRA, A. C. O lugar da matemática na licenciatura em matemática. *Bolema*, Rio Claro, v. 27, n. 47, p. 985-1005, 2013.
- NACARATO, A. M.; GRANDO, R. C.; COSTA, J. L. Um contexto de trabalho colaborativo possibilitando a emergência dos processos de argumentação e validação em geometria. *Acta Scientiae* (ULBRA), v. 11, p. 69-85, 2009.
- NODDINGS, N. Professionalization and mathematics teaching. In: Grouws, D. (Ed.). *Handbook of research on mathematics teaching and learning*, p. 197-208. New York: MacMillan, 1992.
- NÓVOA, A. *Professores: Imagens do Futuro Presente*. Lisboa: Educa, 2009.



## VI Seminário Nacional de Histórias e Investigações de/em Aulas de Matemática



RANGEL, L.; GIRALDO, V; MACULAN, N. Matemática elementar e conhecimento pedagógico de conteúdo: estabelecendo relações. *Professor de Matemática Online*, v. 1, n. 2, p. 1-14, 2014.

RANGEL, L.; GIRALDO, V; MACULAN, N. Conhecimento de matemática para o ensino: um estudo colaborativo sobre números racionais. *Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática*, v. 8, p. 42-70, 2015.

SHULMAN, L. Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, v. 15, p. 4-14, 1986.

TARDIF, M.; LESSARD, C.; LAHAYE, L. Os professores face ao saber: esboço de uma problemática do saber docente. *Teoria e educação*, v. 4, p. 215-233, 1991.

TARDIF, M. Saberes profissionais dos professores e conhecimentos universitários. *Revista brasileira de Educação*, v. 13, n. 5, 2000.

USISKIN, Z.; PERESSINI, A.; MARCHISOTTO, E. A.; STANLEY, D. *Mathematics for High School Teachers: An Advanced Perspective*. Upper Saddle River, NJ: Pearson, 2003.