

**PROBLEMATIZANDO O CONCEITO DE NÚMERO E SEUS AGRUPAMENTOS  
E AS OPERAÇÕES DE MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO**

Yolanda Pinto dos Santos Cerqueira  
yolandapsc@gmail.com

Joelma dos Santos Rocha Trancoso  
jhoelmasrocha@gmail.com

Sandra Aparecida Fraga da Silva  
sandrafraga7@gmail.com

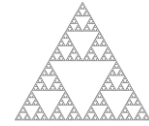
**Resumo:**

Descrevemos uma prática ocorrida em uma turma de mestrado profissional, na disciplina de Tópicos Conceituais em Matemática, com o objetivo de discutir acerca da contextualização histórica do conceito de número e a real necessidade dos agrupamentos. Destacamos a importância de conhecer o percurso histórico de conhecimentos científicos. Seguindo a perspectiva histórico-cultural, utilizamos a Teoria da Atividade Orientadora de Ensino para desenvolver, após a sistematização teórica dos conceitos de número e agrupamento, uma prática na intencionalidade de trabalhar a contagem por meio de agrupamentos. Neste processo, os participantes reorganizam seus saberes e encontram motivação para solucionar situações-problemas, de forma individual, em grupos e para todo o coletivo. Promovemos uma situação de ensino, utilizando material manipulativo, em que os mestrandos realizaram agrupamentos utilizando bases diferentes, gerando uma inquietação, pois historicamente, utilizamos como referência o nosso sistema de numeração decimal. A partir do problema realizaram propostas envolvendo o conceito de contagem, agrupamento e desagrupamento. Os sujeitos reconheceram que o agrupamento e o desagrupamento são estratégias de contagem importantes para quantidades maiores, independente da base utilizada. Evidenciamos a relação entre as ordens do quadro de valor e lugar (unidade, dezena, centena) com interpretação de resultados obtidos, reestruturando suas práticas.

**Palavras chaves:** Agrupamentos Numéricos, Atividade Orientadora De Ensino, Números, Formação Docente.

## **I. INTRODUÇÃO**

A matemática está presente em todas as atividades humanas, do simples ato de esperar um ônibus definido por um código de sequência de números, até as mais complexas transações da bolsa de valores. As atuações cotidianas com a utilização da matemática são tão automáticas e naturais, que por vezes, a percebemos como inerente às ações humanas. Nessa direção os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental (PCN) enfatizam que a Matemática se apresenta como um conhecimento de muita importância e aplicabilidade, ao afirmar que a ciência em questão “faz parte da vida de todas as pessoas nas experiências mais simples como contar, comparar e operar sobre quantidades” (BRASIL,



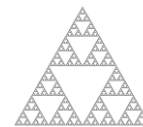
1997, p. 25). Essas experiências são tão utilizadas e repetidas que, por vezes, temos a falsa sensação de que a ciência matemática é intrínseca ao nascimento da vida humana, o que pode ser refutado facilmente, se a entendermos pela sua vertente histórica.

Ao entendermos os sujeitos como frutos de um processo sócio – histórico, nos referindo ao homem como ser inacabado, produto das suas interações humanas, percebermos as relações sociais por meio do olhar da teoria de Vygotsky. Nesse sentido, é interessante entendermos a matemática como criação humana, ou seja, parte de uma cultura que se constituiu na história por alguma necessidade do homem, e que sobrevive por meio das relações sociais.

Baseando nesta perspectiva de construção histórica, organizamos uma prática ocorrida em uma turma de mestrado profissional, na disciplina de Tópicos Conceituais em Matemática, com o objetivo de discutir acerca da contextualização histórica do conceito de número e a real necessidade dos agrupamentos. Para este trabalho, trazemos discussões teórico metodológicas sobre a Teoria Histórico Cultural e apresentamos a experiência fazendo considerações sobre o que vivenciamos e percebemos ao longo da realização e discussão.

## **2. AGRUPAMENTOS E DESAGRUPAMENTOS DE NÚMEROS**

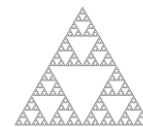
Enquanto professores, num contexto de sala de aula, entenderem a matemática como parte de nossa cultura, e ainda situá-la historicamente, poderá haver a contribuição para o processo de ensino e aprendizagem em matemática, proporcionando aos alunos o acesso a algumas culturas e possibilitando o resgate da própria identidade cultural. Entendemos que a história do homem é intrínseca a história da matemática, conduziremos nossa discussão por meio da seguinte afirmação: “[...] o fato é certo: houve um tempo em que o ser humano não sabia contar” (IFRAH, 1998, p.15). Hoje nos parece inconcebível tal afirmação, tomando como evidência o nosso fazer diário e nossas ações cotidianas inevitáveis para nossas vidas. E são essas “ações cotidianas inevitáveis”, as quais chamaremos de necessidades humanas para prática da vida social, que permeiam o surgimento da necessidade de contar. Logo, constatamos por meio da observação da vida, que a invenção dos números é decorrente das preocupações de ordem prática do homem (IFRAH,1998). Essa compreensão se faz presente mediante exemplificações das situações a seguir:



Diante da necessidade de contagem para aplicação na vida prática, surgiu o primeiro procedimento aritmético conhecido como “correspondência um a um” (IFRAH, 1998). Esse procedimento permitia comparar duas coleções distintas, realizando a correspondência de um grupo. E no geral, era o grupo a ser controlado, com outro grupo criado com a mesma quantidade de objetos do primeiro grupo, correlacionando os objetos dos dois grupos de um a um. No entanto, dependendo da quantidade de objetos para contar, tornava-se cada vez mais difícil esse controle, e novamente por meio das preocupações de ordem prática, nasce a necessidade de se formar agrupamentos, eis então o berço do nosso sistema decimal.

Outros agrupamentos (bases), foram desenvolvidos ao longo da história da humanidade por diferentes povos, temos como exemplo o agrupamento por 5 (base quinária), agrupamento por 12 (base duodecimal), agrupamento por 20 (base vintesimal) e agrupamento por 60 (base sexagesimal). Apesar de alguns desses agrupamentos serem utilizados até hoje por alguns povos, o agrupamento por 10 (base decimal) foi o mais difundido, se tornando o agrupamento mais comum (IFRAH, 1998).

Ao levarmos em consideração que somos seres sociais, e que a ferramenta dos números como meio de contagem para facilitação das nossas práticas se deu por meio histórico e cultural, entendemos a dimensão do valor desses objetos de conhecimento para a educação escolar. Tamanha é a importância desses conceitos, que os encontramos em toda extensão dos anos iniciais do ensino fundamental. É nos anos iniciais do ensino fundamental que os estudantes são apresentados sistematicamente aos números e às suas representações e, em especial, ao sistema de numeração decimal. As atividades matemáticas no mundo atual requerem, desde os níveis mais básicos aos mais complexos, a capacidade de contar coleções, comparar e quantificar grandezas e realizar codificações. (BRASIL, 2015, p.15). No entanto, é importante salientar a impossibilidade de separar a construção de conhecimento dos números naturais, da construção do sistema de numeração decimal e ainda das ideias de operações, justamente pela ação de agrupamento e desagrupamento que acontece do contexto empírico. Percebemos que esses conhecimentos estão diretamente ligados às nossas práticas de vida. Com esse entendimento se apreende que as ideias de operação envolvendo algoritmos de adição ( $a + b = c$ ), multiplicação ( $a \cdot b = c$ ), subtração ( $a - b = c$ ) e divisão ( $a/b = c$ ), são demasiadamente importantes ao longo de toda vida escolar. Considerando tal relevância, o documento da Base Nacional Comum Curricular – BNCC, na unidade de matemática relacionada aos números, estabelecem que os objetos de



conhecimento para o 5º ano devam contemplar: Problemas de adição, subtração, multiplicação e divisão de números naturais e números racionais cuja representação decimal é finita.

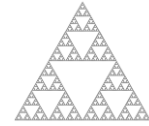
As habilidades pretendidas ao final do ensino fundamental I vão ao encontro dos conteúdos que perpassam todos os anos iniciais, dando principal destaque ao conceito de número, ao entendimento de agrupamento e desagrupamento e as operações básicas. Logo, percebemos a importância da aprendizagem desses conteúdos não só para prática escolar, mas também para vida.

### **3. ATIVIDADE DE ENSINO**

Como citado anteriormente, as autoras deste trabalho, inseridas no programa de pós-graduação, conduziram o momento de formação dos professores com o conceito de número, sistema de numeração decimal e as operações básicas. Após a rodada teórica de apresentação destes conceitos, iniciamos um momento de atividade relacionada aos conhecimentos discutidos anteriormente. Para o planejamento destas atividades, utilizamos a abordagem Histórico-cultural, por meio de Moura (2012) que tem um olhar sobre a profissão de professor em formação, ao propor que quando vivenciamos momentos de interação “modificamos a realidade cognitiva dos sujeitos com quem interagimos e ao mesmo tempo estamos sofrendo alterações em nossos esquemas cognitivos [...]” (MOURA, 2012), visto que a formação continuada de professores tem diversos desdobramentos. O momento de formação coloca o docente em processo de aprendizagem, no qual se coloca na posição de aprender a ensinar, tendo como objetivo potencializar a aprendizagem de seus alunos.

O nosso objetivo com a atividade foi promover nos professores reflexões sobre suas práticas, por meio do saber científico produzido historicamente pela humanidade e de como promover situações de aprendizagens envolvendo os conhecimentos teórico-matemáticos. Assim, os professores em formato de grupos, podem fazer significações do conceito ao cotidiano de sua profissão e problematizar modos de se trabalhar esses conteúdos com seus alunos.

Martins e Eidt (2010) colocam o professor no seu trabalho de *ensinar*, segundo a teoria de Leontiev, como sendo a sua atividade principal. Esse termo, decorrente da *teoria da atividade*<sup>1</sup>, afirma que:

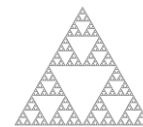


A atividade principal é aquela cujo desenvolvimento governa as mudanças mais importantes nos processos psíquicos e traços psicológicos da personalidade da criança em cada estágio de seu desenvolvimento: devemos, por isso, falar da dependência do desenvolvimento psíquico em relação à atividade principal e não à atividade em geral (MARTINS E EIDT, 2010, p. 678).

O professor em atividade de ensino estabelece relação entre os seus conhecimentos e realidade, com conhecimentos e propostas evidenciadas. Essa relação não pode ser passiva, e sim um processo de interação entre o real e o novo, entre o externo e o interno e entre o individual e o coletivo. Assim, desenvolvemos nossa atividade com o aporte teórico de Moura *et al.* (2010), utilizando a Atividade Orientadora de Ensino (AOE). Para eles,

A AOE mantém a estrutura de atividade proposta por Leontiev, ao indicar uma necessidade (apropriação da cultura), um motivo real (apropriação do conhecimento historicamente acumulado), objetivos (ensinar e aprender) e propor ações que considerem as condições objetivas da instituição escolar. [...] Um ensino que promova a aprendizagem pressupõe o sujeito em atividade que lhe permita compartilhar significados, num contexto de "espaços de aprendizagem", no qual a ação de quem ensina é fundamental, destaca-se a AOE como o núcleo do trabalho do profissional do ensino, no caso, o professor, no processo de ensino e aprendizagem. (MOURA *et al.*, 2010, p.96).

O estímulo se coloca quando o professor percebe a necessidade diante do seu trabalho de ensinar, de reconstruir os saberes e práticas pertinentes a sua profissão. Na AOE quem ensina, tem por premissa colocar o sujeito em situação de provocação, em encontrar o motivo pelo qual é necessário buscar novos conhecimentos naquilo que lhe foi proposto, chegando à interação social e a uma nova estrutura psíquica. Assim, diante dos participantes do nosso encontro, promovemos uma tarefa que de acordo com a AOE, seria a Atividade Desencadeadora, na qual os participantes são colocados no movimento de buscar alternativas, para que a situação seja solucionada da melhor forma, chegando ao conhecimento matemático, e entendendo os motivos pelos quais eles existem. Nosso texto



inicial foi pensado de acordo com o artigo de Cardoso et al. (2012) que foi uma atividade sobre agrupamentos com crianças do segundo ano do ensino fundamental.

Ancorados nestes pressupostos, idealizamos uma *Situação Desencadeadora de Aprendizagem*, pois inicialmente os mestrandos estavam contextualizados com uma síntese histórica do conceito de números e das necessidades históricas de agrupamentos e desagrupamentos. Dos participantes da atividade, doze são professores de matemática e uma pedagoga, todos estes alunos do programa de mestrado Educimat. Como nosso público não eram crianças, e estávamos perto da páscoa, utilizamos a ideia de agrupamentos de “chocolates”, mas com um olhar para o contexto adulto. Assim, propomos a seguinte situação-problema:

**Precisando aumentar sua renda, Patrícia decidiu fazer bombons para vender na páscoa.**

Com pouco tempo para embalar um por um, ela decidiu fazer saquinhos com os bombons, para agilizar o processo de embalagem e também valorizar o seu produto.

Após embalar os bombons no saquinho, ela encherá sua cesta e venderá para a vizinhança.

A dúvida é, pensando estrategicamente, quantos bombons em cada saquinho?

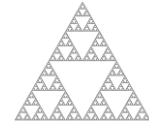
**AJUDE PATRÍCIA!**

Figura 1: situação-problema

Fonte: Produção nossa

Com a leitura coletiva, promovemos a discussão coletiva da conjuntura proposta, e ouvimos as ideias dos participantes. Após isso, revelamos algumas instruções:

- *1º Todos os saquinhos devem conter a mesma quantidade de bombons;*
- *2º A quantidade de bombons por saquinho não pode ser tão pouca, evitando o baixo valor do produto, e também não pode conter exagero na quantidade que afaste os compradores;*
- *3º A quantidade de bombons no saquinho, deverá ser a mesma quantidade de saquinhos na cesta;*
- *4º Após, concluir... arrume sua cesta e aguarde os próximos encaminhamento!*

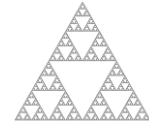


Assim, os professores se organizaram em quatro grupos, com cerca de três a quatro componentes em cada. Cada grupo recebeu uma caixa de massinhas com doze cores, cinquenta saquinhos transparentes e uma cesta de palha. Dessa forma, cada grupo começou a discussão inicial: “Quantas bolinhas de massinha/bombons seriam colocadas por saquinho?”. Percebemos algumas falas como “*Se colocarmos muitos bombons no saquinho, o valor do saquinho ficará muito caro, o que dificulta a venda*”, e “*Poucos bombons no saquinho ocasiona poucos saquinhos na cesta, o que ocasiona dificuldade na logística de transporte*”.

Os grupos então, tomaram suas decisões e realizaram o procedimento proposto por nós. Os Grupos 1 e 2 organizaram 6 “bombons” por saquinho, ou seja a cesta continha 6 saquinhos. O Grupo 3 colocou 7 “bombons” por saquinho, tendo a cesta 7 saquinhos. Já o Grupo 4 colocou 5 “bombons” por saquinho, tendo em sua cesta 5 saquinhos. Com isso, iniciamos uma roda de conversa sobre o que tínhamos realizado, é que o número escolhido é a BASE do sistema de numeração adotado pelo grupo, diferenciando do nosso sistema de numeração que é na base 10.

O objetivo dessa primeira tarefa foi promover reflexões aos professores participantes de como didaticamente proporcionar a experiência de trabalhar com diferentes bases, e de como essa dinâmica nos faz compreender as regras e o “porquê” dos procedimentos que operamos no nosso sistema de numeração decimal. No caso do Grupo 1 e 2, a regra era a cada seis bolinhas de massinha, completava-se um saquinho, e a cada seis saquinhos completados, tinha-se uma cesta. Assim, o grupo tinha 1 cesta ou 6 saquinhos ou 36 bolinhas de massinha. Trazendo essa atividade para o ensino nas escolas, utilizando a base 10, o aluno visualizaria o porquê de 1 centena ser igual a 10 dezenas e a 100 unidades.

Em seguida, após a conclusão da primeira tarefa, pedimos para que os quatro grupos fizessem a troca das cestas entre eles. Desse modo, os grupos agora tinham uma cesta que foi montada por outro grupo. Todos receberam a seguinte mediação: “*Quantos bombons tem na cesta inteira?*”. Observamos que todos os grupos, para responderem a pergunta anterior, não precisaram fazer a contagem um a um de todas as bolinhas de massinha. Os quatro grupos responderam o total de “bombons” corretamente, pois contaram quantos “bombons” tinham em 1 saquinho, assim, já entendiam que todos os saquinhos tinham a mesma quantidade e também já sabiam quantos saquinhos tinham na cesta. Quando Moura (2012) ressalta a importância da formação de professores em educação matemática destaca que



“conhecer os problemas específicos do desenvolvimento da disciplina parece crucial para a organização de ações educativas que tenha bases científicas para o seu desenvolvimento”. Consideramos primordial uma reflexão sobre os conteúdos que estão no currículo, e reconhecer que o professor de matemática não pode desconsiderar contribuições da didática e da psicologia no seu trabalho de ensino.

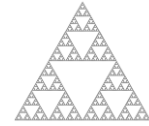
Diante da pergunta “*Quantos bombons tem na cesta inteira?*” surgiram algumas discussões, primeiramente, qual a função dos agrupamentos e por qual motivo eles são importantes. Observamos por meio da atividade, no caso dos grupos 1 e 2, que se colocássemos 36 “bombons” dentro da cesta, somente contando um a um uma pessoa que não participou do processo de montagem saberia quantas unidades tem ali. Mas, com os agrupamentos, não se fez necessário a contagem um a um, ganha-se tempo e agilidade ao descobrir quantos “bombons” tem na cesta. A função dos agrupamentos então, caracterizou pela organização e identificação do conjunto. Perguntamos também “*Qual a função do número (escrito) que o grupo utilizou para dar a resposta?*”, o número 36 então, assume a característica de desagrupamento da cesta em 6 saquinhos, e de cada saquinho em 6 bolinhas de massinhas. O processo de agrupar e desagrupar é o alicerce do sistema de numeração decimal, e com esse conhecimento, o aluno possui conhecimento para ampliar seus estudos para as operações básicas.

Para concluir, passamos a terceira tarefa, que consistiu em eles tirarem todas as bolinhas de massinha dos saquinhos. Deveriam fazer os agrupamentos utilizando a base inicial que eles utilizaram. O grupo 1 utilizou a base 6, e recebeu a cesta do grupo 4 que continha 25 bolinhas de massinha. O grupo 2 também utilizou a base 6 e recebeu a cesta do grupo 3 com 49 bolinhas de massinha. O grupo 3, de base 7, recebeu a cesta do grupo 1 com 36 bolinhas de massinha. E o grupo 4 tinha a base 5, recebeu a cesta do grupo 2 com 36 bolinhas de massinha. Assim sendo, os grupos organizaram em saquinhos as bolinhas e obtivemos a seguinte tabela:

Tabela 1: Terceira Tarefa. Fonte: Produção das autoras

Bombons	Saquinhos	Cestas	
1	4	0	<b>Grupo 1 (base 6)</b>
1	2	1	<b>Grupo 2 (base 6)</b>





1	5	0	<b>Grupo 3 (base 7)</b>
1	2	1	<b>Grupo 4 (base 5)</b>

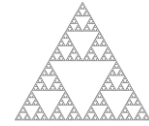
Completando nossas reflexões, esta última ação, percebemos que a base adotada fez com que todos os grupos ficassem com “bombom” sobrando fora dos saquinhos, e que alguns grupos não conseguiram completar uma cesta. Concluindo assim, que de acordo com a base, a mesma quantidade de bolinhas de massinha representaria agrupamentos diferentes. Quando o aluno adquire conhecimento e entende como operar com bases diferentes, este terá autonomia em desagrupar e agrupar no Sistema de Numeração Decimal com mais propriedade e segurança, entendendo os procedimentos adotados nas ideias dos algoritmos do campo aditivo e multiplicativo, ou recriando diferentes estratégias para resolução de situações-problemas.

#### **4. CONCLUSÃO**

Finalizando, percebemos o motivo pelo qual historicamente nossos antepassados tiveram a necessidade de realizar agrupamentos, pois observamos a utilidade e a facilidade em operar a contagem e administração dos “bombons” agrupados em saquinhos. Estes professores em formação, passam então a ter um olhar reflexivo quando estiverem em suas salas de aula dialogando com estes conteúdos e objetivos curriculares em sua ação educativa.

Tomar a ação educativa como uma situação problema é assumir que formar-se é uma ação constante, já que na dinâmica das relações humanas os problemas produzidos exigem a cada momento novas soluções onde o ato educativo se faz necessário (MOURA, 1996, p. 32).

A maioria dos participantes são graduados em matemática, e relataram que nunca tinham ponderado sobre a função de fazer agrupamentos, que somente sabiam que podiam variar a base do sistema de numeração. Diante da realidade atual, nossos alunos cada vez mais nos instigam a saber mais a importância dos conteúdos que lecionamos. A formação do professor não está na graduação somente, e simplesmente não tem-se data de conclusão.



## 5. REFERÊNCIAS

- BRASIL, Secretaria de Ensino Fundamental. PCNs: Matemática. Brasília: MEC/ SEF, 1997.
- BRASIL, Ministério da Educação. **Guia de livros didáticos: PNLD 2016:** Alfabetização Matemática e Matemática: ensino fundamental anos iniciais. – Brasília: Secretaria de Educação Básica, 2015.
- CARDOSO, Naíse Pereira, et al. **Atividade Orientadora de Ensino:** Uma experiência utilizando trocas nos anos iniciais. III EIEMAT – Escola de Inverno de Educação Matemática – 1º Encontro Nacional PIBID – Matemática. UFSM, ago, 2012.
- IFRAH, Georges. **Os números:** a história de uma grande invenção. Tradução Senso, Stella M. de Freitas. 9º edição: Editora Globo, 1998, p. 9 - 55.
- MARTINS, Lúgia Márcia.; EIDT, Nádia Mara. Trabalho e atividade: categorias de análise na psicologia histórico-cultural do desenvolvimento. **Psicologia em Estudo.** Departamento de Psicologia – UEM, v. 15, n. 4, p. 675-683, 2010.
- MOURA, M. O. de. **A atividade de ensino como unidade formadora.** Bolema, Rio Claro, n. 12, 1996. p. 29-43.
- MOURA, M. O. de. **A atividade de ensino como ação formadora.** In: CASTRO, A. & CARVALHO, A (orgs). Ensinar a ensinar: didática para a escola fundamental e média. São Paulo: Editora Cengage Learning, 2012.
- MOURA, M. O. de et al. **A atividade orientadora de ensino como unidade entre ensino e aprendizagem.** In: MOURA, M. O. de. (Org.). A atividade pedagógica na teoria Histórico-Cultural. Brasília: LiberLivro, 2010. p.81-109.